

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Белгородский государственный технологический университет  
им. В.Г. Шухова

Кафедра городского кадастра и инженерных изысканий

Утверждено  
научно-методическим советом  
университета

### **Методические указания**

к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Высшая геодезия  
и основы координатно-временных систем» для студентов  
специальности 21.05.01 Прикладная геодезия

Белгород  
2016

УДК 528.2/3(07)  
ББК 26. 11 я7  
М54

Составители: доц. Былин И.П.  
асс. Сыромятникова Е.В.

Рецензент канд. техн. наук, проф. Б.А. Храпцов

**Методические указания** к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Высшая геодезия и основы координатно-временных систем» для студентов специальности 21.05.01 Прикладная геодезия / сост.: Былин И.П., Сыромятникова Е.В.. – Белгород: Изд-во БГТУ, 2016. – 92 с.

В методических указаниях приведены необходимые рекомендации к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Высшая геодезия и основы координатно-временных систем» в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (по направлению).

Методические указания предназначены для студентов очной формы обучения специальности 21.05.01 Прикладная геодезия.

УДК 528.2/3 (07)

ББК 26. 11 я7

© Белгородский государственный  
технологический университет  
(БГТУ) им. В. Г. Шухова, 2016

## Содержание

Введение .....	4
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1 УСТРОЙСТВО ТОЧНЫХ ТЕОДОЛИТОВ Т2, ЗТ2КП И ЗТ5КП, ЭЛЕКТРОННОГО ТЕОДОЛИТА VEGA ТЕО-5, ИХ ПОВЕРКИ И ИССЛЕДОВАНИЯ .....	5
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2 ИЗМЕРЕНИЕ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ НАПРАВЛЕНИЙ СПОСОБОМ КРУГОВЫХ ПРИЕМОВ.....	23
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3 УРАВНИВАНИЕ НИВЕЛИРНОЙ СЕТИ КОРРЕЛАТНЫМ СПОСОБОМ .....	27
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4 УРАВНИВАНИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ПОСТРОЕНИЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКИМ СПОСОБОМ .....	41
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5 ВЫЧИСЛЕНИЕ ДЛИН ДУГ МЕРИДИАНОВ И ПАРАЛЛЕЛЕЙ И ПЛОЩАДИ ГЕОГРАФИЧЕСКОЙ ТРАПЕЦИИ ЭЛЛИПСОИДА..	53
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №6 РЕШЕНИЕ ПРЯМОЙ И ОБРАТНОЙ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ	61
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №7 ВЫЧИСЛЕНИЕ СТОРОН ТРЕУГОЛЬНИКА ПО ИЗВЕСТНЫМ СФЕРОИДИЧЕСКИМ УГЛАМ .....	68
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №8 ВЫСОКОТОЧНОЕ НИВЕЛИРОВАНИЕ.....	81
Литература.....	101

### **Введение**

Настоящие методические указания подготовлены в помощь студентам специалитета 21.05.01 «Прикладная геодезия», изучающим в 5 и 6 семестрах курс «Высшая геодезия и основы координатно-временных систем».

Необходимость в их подготовке обусловлена тем, что в последние годы не издавались практикумы по указанной дисциплине и каждое учебное заведение геодезического профиля издаёт свои пособия и методические указания, сообразуясь с рабочей программой и трудоёмкостью дисциплины.

В указаниях приведены описания приборов, используемых в лабораторных работах, а также исходные данные по вариантам для уравнильных и других вычислений.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

### УСТРОЙСТВО ТОЧНЫХ ТЕОДОЛИТОВ Т2, 3Т2КП И 3Т5КП, ЭЛЕКТРОННОГО ТЕОДОЛИТА VEGA ТЕО-5, ИХ ПОВЕРКИ И ИССЛЕДОВАНИЯ

*Цель работы:* изучить устройство точных теодолитов, научиться выполнять их исследования, поверки и юстировки.

#### ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

##### 1. Классификация и основные обозначения теодолитов

Теодолиты классифицируют по разным признакам: точности, конструктивным особенностям, назначению. Общие технические условия на теодолиты регламентируются ГОСТ 10529–86.

По точности теодолиты различают на:

Т1 - высокоточные, обеспечивающие точность измерения угла до 1,5";

Т2 и Т5 - точные, с квадратической ошибкой измерения угла одним приемом от 1,5" до 10";

Т15, Т30 и Т60 - технические, более 10".

Базовые марки этих приборов имеют вид: Т1,Т2,Т5,Т15,Т30,Т60. Если у теодолита имеется зрительная труба изображения, то к его обозначению добавляется буква П, если же марка теодолита имеет в своей конструкции сочетание нескольких исполнений, то в обозначение его должны вводиться все их признаки. И, наконец, если изменяется модификация теодолита, то перед его условным обозначением указывается порядковый номер модели.

Марка, например, 2Т30, 3Т30 говорит о том, что это усовершенствованная конструкция Т30.

В зависимости от конструктивных особенностей различают теодолиты:

с уровнем при вертикальном круге (традиционные, обозначение не применяется);

К - с компенсатором углов наклона;

А - с автоколлимационным окуляром (автоколлимационные);

М - маркшейдерские;

Э - электронные.

Иногда указанные исполнения сочетаются в одном приборе.

**На примерах рассмотрим порядок построения условного обозначения теодолитов:**

**теодолит с компенсатором при вертикальном круге и со средней квадратической ошибкой измерения угла 5,0" – Т5К;**

**теодолит третьей модификации с компенсатором при вертикальном круге, со средней квадратической ошибкой**

измерения угла  $5,0''$  и зрительной трубой с прямым изображением – 3Т5КП;

теодолит третьей модификации, со средней квадратической ошибкой измерения угла  $2,0''$ , с компенсатором при вертикальном круге, автоколлимационный – 3Т2КА;

*Основные области применения теодолитов:*

Высокоточные теодолиты применяются для измерения углов в государственных геодезических сетях в прикладной геодезии.

Высокоточные и точные автоколлимационные теодолиты - контрольно-измерительные приборы в прикладной геодезии.

Точные и технические предназначены для измерения углов в геодезических сетях сгущения и съемочных сетях, а так же для теодолитных и исполнительных съемок в инженерно-геодезических изысканиях и прикладной геодезии.

### Сетки нитей зрительных труб теодолитов

В зависимости от типа теодолита их зрительные трубы имеют различные виды сеток нитей (рис.

1).

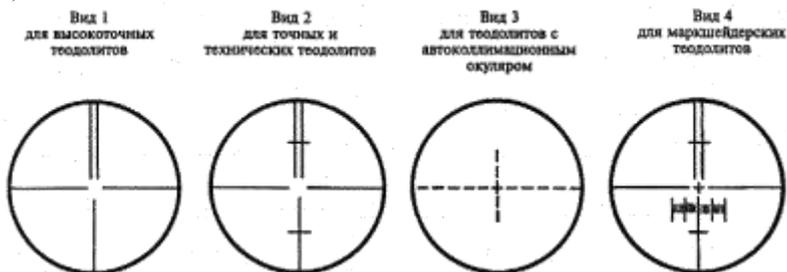


Рис. 1. Виды сеток нитей

### Принципиальная схема теодолита

Теодолиты независимо от их вида сложности устройства создаются на единой принципиальной схеме.

Основной частью теодолита (рис. 2) является горизонтальный круг, состоящий из лимба 3 и алиады 2. При измерении углов плоскость лимба должна быть горизонтальной, а его центр — устанавливаться на отвесной линии, проходящей через вершину измеряемого угла.

Отвесная линия  $zz$ , проходящая через ось вращения алиады горизонтального круга, называется осью вращения теодолита.

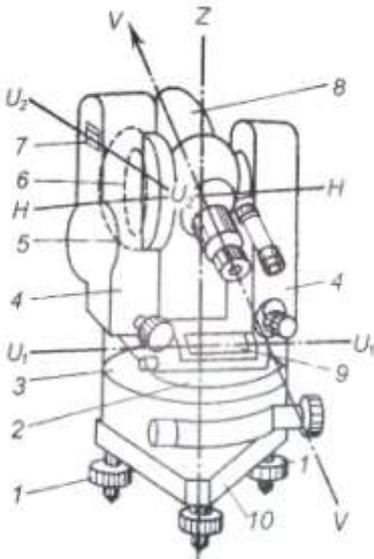


Рис. 2. Принципиальная схема теодолита

Её устанавливают в отвесное положение (плоскость лимба в горизонтальное положение) по цилиндрическому уровню 9 с помощью трех подъемных винтов 1 подставки 10. Лимб и алидада снабжены зажимными (закрепительными) винтами, служащими для закрепления их в неподвижном положении, и наводящими винтами — для их медленного и плавного вращения. Визирование на наблюдаемые цели выполняют зрительной трубой 8, визирная ось  $VV$  которой при вращении трубы

вокруг горизонтальной оси  $HH$  образует проектирующую плоскость, называемую коллимационной. Зрительная труба соединена с алидадой горизонтального круга с помощью колонки 4. На одном из концов оси вращения зрительной трубы закреплен вертикальный круг 5, имеющий цилиндрический уровень 7\*. Зрительная труба имеет закрепительный и наводящий винты.

Теодолит закрепляется на штативе становым винтом. К крючку станового винта привязывается нить отвеса, служащая продолжением вертикальной оси вращения прибора  $ZZ$ . С помощью отвеса теодолит центрируется над точкой, т. е. устанавливается таким образом чтобы ось  $ZZ$  вращения прибора проходила через вершину измеряемого угла. Становые винты изготавливают полыми, что позволяет использовать для центрирования теодолита над точкой оптические центриры.

## 2. Конструктивные особенности точных теодолитов и порядок взятия отсчетов

Точными теодолитами являются Т5, Т5К, 2Т5К, Т2, 2Т2, 3Т2КП, 3Т2КА, 3Т5КП.

Базовой конструкцией для унифицированных моделей теодолитов серии 2Т является теодолит 2Т2. Поэтому указанные теодолиты имеют много общих узлов и деталей управления. Они снабжены высококачественными зрительными трубами с увеличением  $27,5 - 30^{\times}$ , в которых сетка нитей закреплена неподвижно.

Все теодолиты серий 2Т и 3Т имеют неповторительную систему осей.

К горизонтальному кругу прикреплен круг-искатель направлений, служащий для перестановки лимба при измерении углов. Круг-искатель имеет шкалу с ценой деления  $10^\circ$ , отсчеты берут с точностью до  $1^\circ$  по индексу через одно из двух окон на колонке прибора. Установку нужного отсчета выполняют вращением рукоятки перестановки горизонтального круга после предварительного ее нажатия.

Для предварительного наведения на визирные цели зрительные трубы с двух сторон имеют коллиматорные визиры. Теодолиты снабжены оптическими центрирами, окуляры которых расположены в алидадной части. Для переноса теодолитов и придания им дополнительной жесткости сверху колонок закреплены ручки. Теодолиты имеют отделяющиеся подставки, позволяющие проводить измерения по трехштативной системе.

**Теодолит 2Т2** предназначен для измерения горизонтальных углов и зенитных расстояний в триангуляции и полигонометрии 3-го и 4-го классов, в геодезических сетях сгущения 1-го разряда, при изыскательских работах и т. д.

Отличительной особенностью теодолита является двухсторонняя отсчетная система; в ней использован принцип совмещенного отсчитывания по диаметрально противоположным частям лимба с помощью оптического микрометра, что исключает в отсчетах влияние эксцентриситета алидады.

Горизонтальный и вертикальный круги разделены через  $20'$  и цифрованы через  $1^\square$ . Горизонтальный круг имеет двойные (бифилярные) штрихи, а вертикальный — одинарные. Отсчеты по угломерным кругам передаются в поле зрения микроскопа с помощью двухканальной отсчетной системы. Переключение каналов производят поворотом специальной рукоятки, расположенной слева со стороны окуляра на колонке (при КЛ). При наблюдении горизонтального круга фон поля имеет зеленоватый оттенок, а вертикального — голубой.

В поле зрения отсчетного микроскопа имеются три окна центральном окне видны диаметрально противоположные штрихи угломерного круга. В нижней половине верхнего окна наблюдается шкала десятков минут, а в верхней половине — цифры, обозначающие число градусов. В боковом окошке видна шкала оптического микрометра; цифры слева обозначают минуты, а справа — секунды. После визирования на наблюдаемую цель вращением рукоятки оптического микрометра совмещают верхние и нижние штрихи круга и берут отсчет. В верхнем окне считают число десятков минут. По шкале оптического микрометра в боковом окне по индексу в левом ряду цифр отсчитывают единицы минут, в правом ряду цифр — десятки секунд и по шкале — секунды и их доли. В поле зрения отсчетного микроскопа имеются три окна (см. рис. 3,б). В центральном окне видны диаметрально противоположные штрихи угломерного круга. В нижней

половине верхнего окна наблюдается шкала десятков минут, а в верхней половине — цифры, обозначающие число градусов. В боковом окошке видна шкала оптического микрометра; цифры слева обозначают минуты, а справа — десятки секунд. После визирования на наблюдаемую цель вращением рукоятки оптического микрометра совмещают верхние и нижние штрихи круга и берут отсчет:

Число градусов и десятки минут отсчитываются в верхнем окне.

Шкала цифр от 0 до 5, расположенная в нижней части окна, показывает десятки минут, а градусы отсчитывают только в пределах этой шкалы. Цифра, расположенная под числом градусов показывает десятки минут. Единицы минут, десятки, единицы и десятые доли секунд отсчитывают в боковом окне по шкале микрометра.

Отсчет по вертикальному кругу берут аналогично. Следует помнить, что перед совмещением штрихов вертикального круга пузырек уровня необходимо вывести в нуль-пункт с помощью установочного винта.

Теодолиты 2Т2 и 3Т2 предназначены для измерения горизонтальных углов и зенитных расстояний в триангуляции и полигонометрии 3 и 4 классов, в геодезических сетях сгущения 1 разряда, при изыскательских работах и т. д.

**Теодолит 2Т2П** отличается от 2Т2 только зрительной трубой прямого изображения.

Рассмотренные теодолиты обеспечивают измерение углов одним полным приемом со средней квадратической погрешностью: горизонтальных — 2", зенитных расстояний — 2 — 3".

**Теодолит 3Т2КП** (рис. 4) является базовой конструкцией группы унифицированной серии 3Т и представляет собой дальнейшую модификацию теодолита 2Т2. В нем использован модульный принцип построения, при котором конструкция разделена на ряд отдельных модулей (зрительная труба, вертикальная ось с горизонтальным кругом, отсчетная система вертикального круга, колонка с горизонтальной осью, микрометр), которые можно собирать, юстировать и заменять отдельно.

**Теодолит 2Т5** и его модификации 2Т5К и 2Т5КП разработаны на основе базовой конструкции теодолита 2Т2. Применяются при развитии триангуляции и полигонометрии 1-го и 2-го разрядов, съемочных сетей, для производства топографических съемок всех масштабов, при изыскательских работах и т. д.

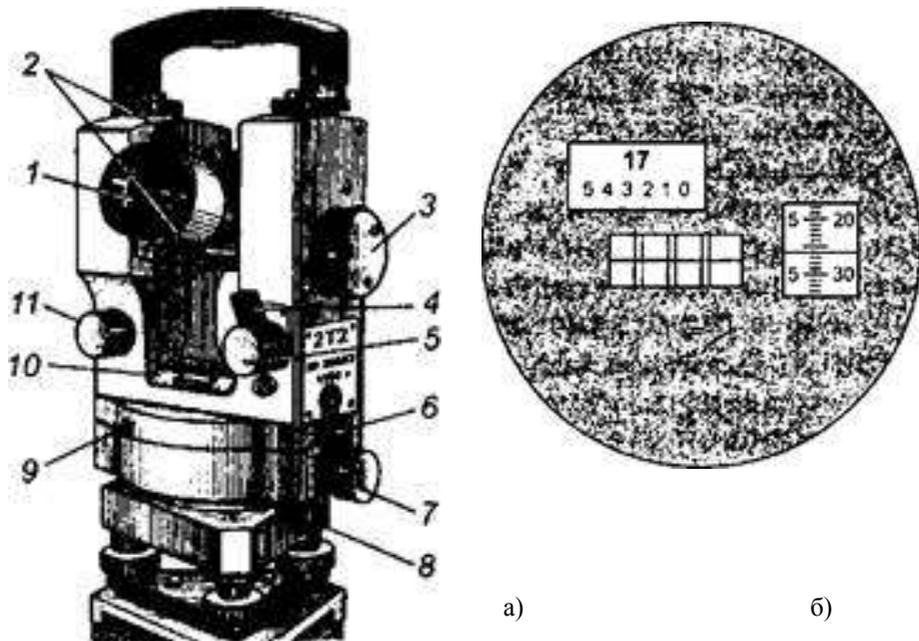


Рис. 3. а) Структура теодолита 2Т2;  
б) отсчетный микроскоп (отсчет  $17^{\circ}25'26.0''$ )

а — общий вид: 1 — объектив; 2 — коллиматорный визир; 3 — рукоятка микрометра; 4 — зажимное устройство вертикального лимба; 5 — наводящий винт вертикального лимба; 6 — зажимное устройство горизонтального круга; 7 — наводящий винт горизонтального круга; 8 — зажимной винт трегера (подставки); 9 — окно искателя горизонтального круга; 10 — уровень; 11 — установочный винт уровня при вертикальном круге;  
б — поле зрения отсчетного микроскоп

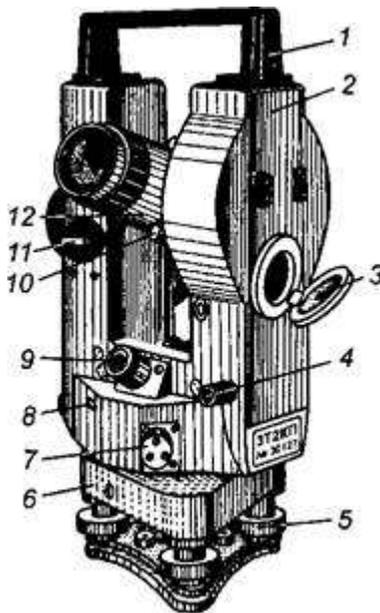


Рис. 4. Структура теодолита 3Т2КП

1 — ручка; 2 — боковая крышка; 3 — зеркало; 4 — установочный винт; 5 — подъемный винт; 6 — подставка (треггер); 7 — рукоятка перестановки горизонтального круга; 8 — окно круга искателя; 9 — окуляр оптического центрира; 10 — кол- лиматорный визир; 11 — рукоятка переключателя оптических каналов угломерных кругов; 12 — зрительная труба

**Теодолит 2Т5** и его модификации 2Т5К и 2Т5КП разработаны на основе базовой конструкции теодолита 2Т2. Применяются при развитии триангуляции и полигонометрии 1-го и 2-го разрядов, съемочных сетей, для производства топографических съемок всех масштабов, при изыскательских работах и т. д.

Теодолиты типа 2Т5 относятся к точным оптическим теодолитам с односторонним отсчетом по угломерным кругам и имеют много общих узлов и деталей с теодолитом 2Т2.

В отличие от теодолита 2Т5 с уровнем при вертикальном круге, снятого с производства в 1981 г., теодолиты 2Т5К и 2Т5КП имеют оптический компенсатор с самоустанавливающимся индексом вертикального круга, работающий в диапазоне  $\pm 3,5'$  с погрешностью компенсации не более  $2''$ . Теодолит 2Т5КП снабжен зрительной трубой прямого изображения.

**Теодолит 2Т5КП** (рис. 5) предназначен для измерения горизонтальных углов со средней квадратической погрешностью  $5''$ ,

а вертикальных — 8". Имеет неповторительную систему вертикальных осей. Может применяться для нивелирования горизонтальным лучом.

В качестве отсчетного устройства в теодолитах 2Т5К и 2Т5КП использован шкаловой микроскоп (рис. 5). Вертикальный и горизонтальный круги разделены и оцифрованы через  $1^\circ$ , изображение штрихов и цифр проецируется на плоскость отсчетных шкал. Изображение вертикального круга оттенено голубым тоном, а горизонтального — зеленым. Каждая шкала имеет 60 делений с ценой деления  $1'$ . Доли деления оценивают на глаз с округлением до 0,1 интервала. Отсчетным индексом служит градусный штрих лимба, расположенный в пределах шкалы. Вертикальный круг имеет секторную оцифровку от 0 до  $\pm 75^\circ$ . Его отсчетная шкала (рис. 5) имеет два ряда цифр. Нижний ряд, оцифрованный справа налево, используется при отсчитывании в случае, если в пределах шкалы находится штрих вертикального круга с тем же знаком (со знаком «минус»). При основном положении теодолита «крут слева» (КЛ) отсчитываемые по вертикальному кругу углы соответствуют по знаку истинным.

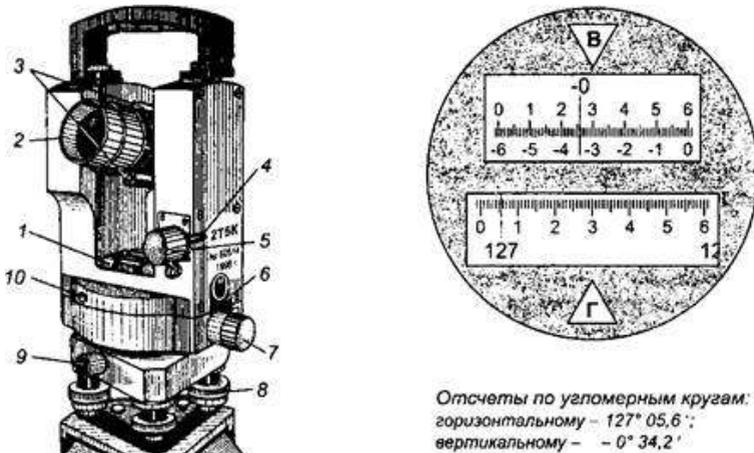


Рис. 5. а) Структура теодолита 2Т5КП;

б) Отсчетный микроскоп

а — общий вид: 1 — уровень; 2 — объектив; 3 — коллиматорный визир; 4 — зажимное устройство вертикального круга; 5 — наводящий винт вертикального круга; 6 — зажимное устройство горизонтального круга; 7 — наводящий винт горизонтального круга; 8 — подъемный винт; 9 — зажимной винт трегера (подставки); 10 — окно искателя горизонтального круга;

б — поле зрения отсчетного микроскопа

### 3. Электронный теодолит VEGA TEO5

На рис. 6- 8 представлены основные части и дисплей электронного теодолита.



Рис. 6. Задняя сторона электронного теодолита VEGA TEO-5



Рис. 7. Передняя сторона электронного теодолита VEGA TEO-5

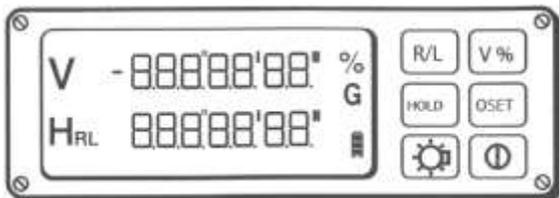


Рис. 8. Дисплей электронного теодолита VEGA TEO-5

Обозначение на дисплее	Функция
V	Символ вертикального угла SET указывается на месте вертикального отсчета, пока зрительная труба не пройдет через место нуля горизонтальной оси. Эта процедура устанавливает место нуля. 
H <sub>R</sub>	Символ горизонтального угла, измеренного по часовой стрелке.
H <sub>L</sub>	Символ горизонтального угла, измеренного против часовой стрелки.
	Символ, указывающий уровень заряда батареи.
G	Угловые измерения в гонах.
%	Уклон.

### Функции клавиш:

R/L — устанавливает направления отсчета горизонтального круга. Направление меняется при каждом нажатии клавиши.

HOLD — удерживает отсчет горизонтального угла на дисплее. Когда нажата эта клавиша, отсчет горизонтального угла мигает. Повторное нажатие клавиши разблокирует отсчет.



— подсветка дисплея и сетки нитей.

V% — переход от градусов/гонов к уклону в % для вертикального угла. Символ "%" появляется на дисплее, когда активизирован режим уклона.

OSET — обнуление отсчета горизонтального круга. Нажатие этой клавиши устанавливает отсчет 0°00'00" на любое направление.

Φ — включение/выключение теодолита.

### 4. Поверки и юстировки точных теодолитов 2Т2 и 3Т5КП

Задачей поверок и юстировок теодолита является выявление отклонений от геометрических параметров и оптико-механических требований, положенных в основу конструкции теодолита, и по возможности полное их устранение.

Обычно поверке подлежат следующие геометрические условия, которым должно удовлетворять взаимное расположение частей теодолита:

1. Ось цилиндрического уровня при алидаде горизонтального круга должна быть перпендикулярна к вертикальной оси теодолита.
2. Ось круглого уровня должна быть параллельна вертикальной оси теодолита.
3. Визирная ось зрительной трубы должна быть перпендикулярна к горизонтальной оси теодолита.
4. Горизонтальная ось должна быть перпендикулярна к вертикальной оси теодолита.
5. Вертикальная нить сетки должна быть перпендикулярна к горизонтальной оси теодолита.
6. Место нуля (место зенита) вертикального круга должно быть постоянным или приведено к нулю.
7. Компенсатор отсчетной системы теодолита должен обеспечивать неизменный отсчет по вертикальному кругу при наклоне вертикальной оси теодолита в коллимационной плоскости на угол  $3'$  от среднего положения для ЗТ2КП и  $4'$  — для ЗТ5КП.
8. Визирная ось оптического центрира должна совпадать с вертикальной осью теодолита.

#### ***4.1 Поверка положения осей цилиндрического и круглого уровней относительно вертикальной оси теодолита (условия 1 и 2)***

Устанавливают алидаду так, чтобы ось цилиндрического уровня расположилась по направлению двух подъемных винтов подставки, и вращением этих винтов в разные стороны приводят пузырек уровня в нуль-пункт. Поворачивают алидаду на  $90^\circ$  и третьим винтом приводят пузырек уровня в нуль-пункт. Затем поворачивают алидаду на  $180^\circ$  от первоначального положения и оценивают смещение пузырька уровня от среднего положения.

Если отклонение пузырька цилиндрического уровня не превышает одного деления, то условие 1 соблюдается. Тогда котиловочными винтами круглого уровня вводят его пузырек в пределы малой окружности, т. е. выполняют условие 2.

Если же отклонение пузырька цилиндрического уровня более одного деления, то условие 1 не выполняется. Тогда половину смещения пузырька устраняют подъемным винтом подставки, а вторую половину — котиловочным винтом цилиндрического уровня.

#### 4.2 Проверка положения визирной оси зрительной трубы относительно горизонтальной оси теодолита (условие 3).

Установив теодолит в рабочее положение, дважды (при КЛ и КП) визируют на удаленную (не ближе 50 м) хорошо видимую визирную цель, расположенную примерно на горизонте прибора, и каждый раз берут отсчеты по горизонтальному кругу (КЛ<sub>1</sub> и КП<sub>1</sub>). Вычисляют коллимационную погрешность с точностью до целого числа секунд по формуле:

$$c_1 = \frac{КЛ_1 + КП_1 \pm 180^\circ}{2}$$

Повторно определяют коллимационную погрешность  $c_2$  и вычисляют ее среднее значение:

$$c_{ср} = \frac{c_1 + c_2}{2}$$

Примечание: для теодолита ЗТ5КП с односторонним отсчитыванием по лимбу при повторном определении величины  $c_2$  следует освободить закрепительный винт подставки, повернуть теодолит на  $180^\circ$  и снова закрепить его.

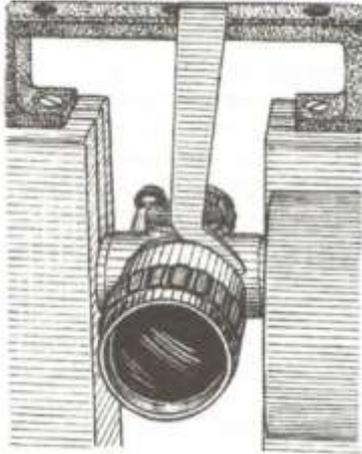


Рис. 9. Юстировочный ключ клинового кольца

Разность между двумя значениями коллимационной погрешности не должна превышать 5" для теодолита ЗТ2КП и 15" — для ЗТ5КП. Если условие не выполняется, необходимо устранить эту погрешность. Вычисляют правильный отсчет по лимбу  $КП = КП_2 - c_{ср}$  (или  $КЛ = КЛ_2 + c_{ср}$ ) и наводящим винтом алидады горизонтального круга устанавливают его на лимбе. При этом перекрестие сетки нитей отклонится от изображения наблюдаемой цели. Тогда вращением клинового кольца с помощью специального юстировочного ключа (рис. 9) перемещают сетку нитей до совмещения с визирной целью. Остаточную величину коллимационной погрешности ( $1-2'$ ) устраняют смещением сетки нитей с помощью горизонтальных юстировочных винтов сетки, расположенных под защитным колпачком.

#### 4.3 Проверка положения горизонтальной оси теодолита относительно вертикальной оси теодолита (условие 4).

Теодолит устанавливают в рабочее положение на расстоянии 2 — 3 м от стены, на которой под углом визирования  $\nu = 25^\circ - 35^\circ$  к линии горизонта закрепляют марку. При положении зрительной трубы КЛ визируют на перекрестке марки и берут отсчет по горизонтальному

кругу  $\alpha_B$ . Наклонив зрительную трубу до горизонтального положения (с отклонением не более  $\pm 1^\circ$ ), закрепляют на стене вторую марку так, чтобы изображение ее перекрестия расположилось вблизи перекрестия сетки нитей или совпало с ним. Визируют на нижнюю марку и берут отсчет  $a_n$ .

Переводят трубу через зенит и повторяют измерения при *КП*, т. е. последовательно визируют на верхнюю и нижнюю марки и берут отсчеты по горизонтальному кругу  $b_s$  и  $b_n$ .

Вычисляют угол наклона горизонтальной оси с точностью до секунды по формуле:

$$i = \frac{[(\alpha_n - \alpha_s) - (b_n - b_s)]ctgv}{4}$$

Повторно выполняют поверку и определяют среднее значение угла наклона оси  $i_{\text{ср}}$  из двух определений.

Если значение  $i_{\text{ср}} > 20''$ , то рекомендуется исправить его в оптико-механической мастерской. Исправление положения горизонтальной оси выполняют с помощью регулировочных винтов на эксцентриковых лагерах, в которых установлена горизонтальная ось теодолита.

#### **4.4 Поверка положения вертикальной нити сетки относительно горизонтальной оси теодолита (условие 5).**

*Вертикальный штрих сетки нитей должен располагаться в коллимационной плоскости трубы.*

*Иначе, горизонтальный штрих сетки нитей должен быть перпендикулярным к оси вращения теодолита.*

Выполнение данного условия требуется для создания удобств при визировании на отвесные предметы (например, вежи).

#### **Порядок действий:**

1. Тщательно установив ось вращения теодолита в отвесное положение, визируют на нить отвеса, подвешенного на расстоянии 5—10 м от прибора.

2. Если вертикальный штрих сетки отклоняется от отвесной линии более чем на 1/3 величины биссектора сетки нитей, то необходимо исправить положение сетки нитей путем ее поворота. Для этого слегка ослабляют винты, скрепляющие окулярную часть с корпусом трубы, и поворачивают окулярную часть вместе с сеткой нитей до требуемого положения; затем винты закрепляют.

3. После юстировки второй основной штрих сетки должен быть горизонтальным, так как взаимная перпендикулярность штрихов гарантируется заводом-изготовителем. Чтобы убедиться в этом, наводят горизонтальный штрих на хорошо видимую точку и наводящим винтом поворачивают алидаду горизонтального круга; при этом поверяемый штрих должен оставаться на изображении точки.

После производства данной поверки и юстировки необходимо повторить поверку положения коллимационной плоскости.

Отклонение штриха сетки от требуемого положения не должно превышать тройную ширину штриха. При невыполнении условия юстировку выполняют поворотом корпуса окуляра, предварительно ослабив четыре крепежных винта, скрепляющих его со зрительной трубой.

#### **4.5 Проверка места зенита (места нуля) вертикального круга (условие 6).**

##### *Теодолит 3Т2КП*

Установив прибор в рабочее положение, визируют на удаленную точку при двух положениях зрительной трубы и берут отсчеты по вертикальному кругу (*КЛ* и *КП*). Вычисляют место зенита по формуле

$$MZ = \frac{RK + RG - 360^\circ}{2}$$

Повторяют определение места зенита 3 — 4 раза и из полученных значений вычисляют среднее.

Для приведения места зенита к нулю устанавливают по шкале микрометра отсчет 5'00" и наводящим винтом зрительной трубы точно совмещают штрихи лимба вертикального круга. Вращением рукоятки микрометра изменяют отсчет по шкале микрометра на величину *MZ*, т. е. на шкале микрометра устанавливают отсчет (5'00" — *MZ*). Затем юстировочным винтом точно совмещают штрихи лимба.

Проверку места зенита следует выполнять после юстировки положения коллимационной плоскости, так как при вращении клинового кольца изменяется не только коллимационная погрешность, но и место зенита вертикального круга.

Место нуля вертикального круга определяют по результатам визирования на 3 — 4 цели при двух положениях зрительной трубы, каждый раз вычисляя *МО* по формуле:

$$Mo = \frac{KL - KP}{2}$$

Расхождения между полученными значениями *МО* не должны превышать 15". Вычисляют среднее арифметическое значение *МО*; если оно превышает 15", рекомендуется выполнить юстировку. Для этого вычисляют правильный отсчет по вертикальному кругу, равный *КЛ* — *МО* (или *КП* + *МО*) и вращением юстировочного винта, закрытого пробкой, устанавливают этот отсчет на лимбе вертикального круга. Исправление места нуля может быть выполнено перемещением гаек механизма балансировки маятника компенсатора.

Следует учитывать, что для теодолитов с односторонней системой отсчета определение *МО* вертикального круга рекомендуется выполнять при углах наклона  $V > 30^\circ$ , поскольку при горизонтальном визировании происходит максимальное искажение значения места нуля эксцентриситетом вертикального круга.

#### **4.6 Поверка компенсатора отсчетной системы теодолита (условие 7).**

Данная поверка сводится к определению диапазона действия компенсатора, точности самоустановки отсчетного индекса и времени успокоения колебаний.

Для определения диапазона действия компенсатора теодолит устанавливают на штативе в рабочее положение так, чтобы один из подъемных винтов подставки располагался в коллимационной плоскости зрительной трубы. Отсчитывают по вертикальному кругу и, наблюдая в отсчетный микроскоп, медленно вращают подъемный винт до тех пор, пока не прекратится смещение изображения штриха вертикального круга относительно шкалы микроскопа (ЗТ5КП) либо смещение нижних штрихов вертикального круга относительно верхних (ЗТ2КП). Производят второй отсчет. Разность отсчетов характеризует диапазон действия компенсатора при наклоне оси прибора в одну сторону. Такой же наклон прибора осуществляют в противоположную сторону, вновь определяя диапазон действия компенсатора. Диапазон действия компенсатора в обе стороны от среднего положения для теодолитов ЗТ2КП и ЗТ5КП должен быть не менее 3' и 4' соответственно.

Точность самоустановки отсчетного индекса определяют путем измерения угла наклона линии при отвесном положении оси вращения теодолита и при ее отклонении на 3' в разные стороны. Для этого на местности выбирают четко видимую визирную цель и устанавливают теодолит в рабочее положение так, чтобы один из подъемных винтов подставки располагался в направлении визирной цели. Визируют на цель и берут отсчет по вертикальному кругу  $N$ . Наводящим винтом зрительной трубы устанавливают на вертикальном круге отсчет  $N + 3'$ ; при этом перекрестье сетки нитей сойдет с изображения визирной цели. Вращением подъемного винта, расположенного по направлению линии визирования, совмещают перекрестье сетки нитей с визирной целью и отсчитывают по вертикальному кругу. Затем наводящим винтом зрительной трубы устанавливают на вертикальном круге отсчет  $(N - 3')$  и повторяют аналогичные действия. Исследование повторяют 2 — 3 приемами. При нормальной работе компенсатора расхождения отсчетов по вертикальному кругу при наклоне оси вращения теодолита в пределах  $\pm 3'$  не должны превышать 0,1' и 1" соответственно для теодолитов с компенсаторами типов Т5 и Т2.

Время затухания колебаний чувствительного элемента компенсатора определяют по секундомеру; оно не должно превышать 2с. Выявленные нарушения следует исправлять в мастерской.

#### **4.7 Поверка положения визирной оси оптического центра (условие 8).**

Теодолит устанавливают на штативе и тщательно приводят его в рабочее положение. Под штативом располагают в горизонтальном положении экран (планшет, лист бумаги) и отмечают на нем следы пересечения визирной оси центра при трех положениях алидады, различающихся примерно на  $120^\circ$ . При соблюдении условия три следа должны совпасть либо образовать треугольник со сторонами не более 0,5—1,0 мм. В противном случае производят юстировку центра. Для этого юстировочными винтами, перемещающими объектив центра, расположенный в нижней части хвостовика теодолита, добиваются совмещения визирной оси центра с изображением центра тяжести треугольника погрешностей.

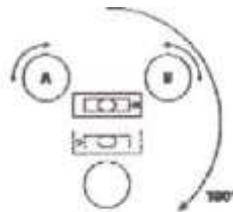
### Проверки для теодолита TEO VEGA-5

**Предупреждения:** Проверки и юстировки теодолита необходимо проводить в определенном порядке:

- 1) Проверка и юстировка цилиндрического уровня.
- 2) Проверка и юстировка круглого уровня.
- 3) Проверка и юстировка оптического центра.

#### *Цилиндрический уровень*

1) Расположите теодолит так, чтобы цилиндрический уровень был параллелен линии, соединяющей два подъемных винта А и В. Приведите пузырек в середину уровня этими винтами.



2) Поверните теодолит на  $90^\circ$  и приведите пузырек в середину уровня подъемным винтом 3.

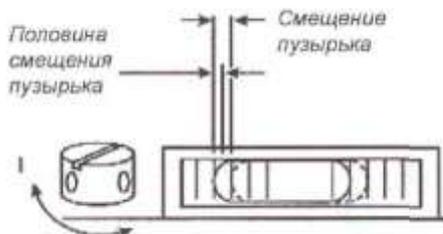
3) Вернитесь в первоначальное положение (пункт 1). Проверьте еще раз пузырек и, если необходимо, повторите операцию. Поверните теодолит на  $180^\circ$ . Пузырек не должен смещаться из центра уровня. Если он смещается, перейдите к пункту 4.

4) С помощью юстировочной шпильки поверните винт, пока пузырек не сместится на половину расстояния до срединного положения пузырька.

5) Вернитесь в первоначальное положение (пункт 1) и повторите пункты 1-3 до тех пор, пока пузырек не будет находиться в центре уровня.

#### *Круглый уровень*

Если пузырек круглого уровня находится в центре после приведения в центр пузырька цилиндрического уровня, то дальнейшая юстировка не нужна. В противном случае необходимо



*чтобы переместить пузырек, поверните этот винт.*

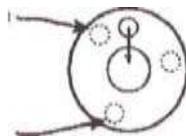
сделать следующее.

Используя юстировочную шпильку, поверните юстировочные винты, пока пузырек круглого уровня не переместится в центр.

Не перетягивайте юстировочные винты. Ослабьте один винт на 1/4 оборота винта, затем затяните другой винт также на 1/4 оборота.

*Затяните  
этот винт*

*Ослабьте  
этот винт*



### **Оптический центрир**

Данная юстировка необходима, чтобы линия визирования оптического центрира совпадала с вертикальной осью.

1) Наведите оптический центрир на точку с помощью подъемных винтов или, ослабив становой винт и передвинув инструмент к точке.

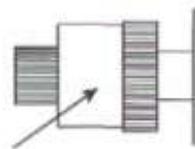
2) Поверните теодолит на 180° и повторите визирование через оптический центрир. Если точка находится в центре круга поля зрения оптического центрира, юстировка не нужна. Если же нет, то необходимо перейти к пункту 3.

3) Снимите крышку юстировочных винтов оптического центрира. Поверните ее против часовой стрелки. Вы увидите четыре юстировочных винта.

4) Используя юстировочную шпильку, поверните юстировочные винты наполовину смещения перекрестия сетки нитей центрира от точки. Ослабьте один винт на 1/4 оборота, затем затяните противоположный винт на 1/4 оборота нитей центрира от точки.

5) Повторяйте пункты 1-4, пока при повороте вокруг вертикальной оси инструмента смещение не пропадет.

*Переместите  
перекрестие с  
помощью  
оборота*



*Крышка  
юстировочного винта*

### **Задание:**

Ознакомьтесь со строением теодолитов, научитесь брать отсчеты, выставлять по горизонтальному кругу ноль, выполнять поверки и юстировки теодолитов.

### **Контрольные вопросы:**

1. По каким признакам классифицируют теодолиты?
2. В каких областях геодезии применяют теодолиты?
3. Что представляет собой принципиальная схема теодолита?

4. Перечислите основные элементы структуры теодолита Т2.
5. Как определяется отсчет в теодолите?
6. Опишите основные функции клавиш теодолита VEGA TEO5.
7. Каким геометрическим условиям должен соответствовать механизм теодолита?
8. Поверка положения осей цилиндрического и круглого уровней. относительно вертикальной оси теодолита.
9. Поверка положения визирной оси зрительной трубы. относительно горизонтальной оси теодолита.
10. Поверка положения горизонтальной оси относительно вертикальной оси теодолита.
11. Поверка положения вертикальной нити сетки относительно горизонтальной оси теодолита.
12. Что такое место нуля?
13. Поверка места зенита (места нуля) вертикального круга.
14. Поверка компенсатора отсчетной системы теодолита.
15. Поверка положения визирной оси оптического центра.
16. Поверки для теодолита TEO VEGA-5.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2

### ИЗМЕРЕНИЕ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ НАПРАВЛЕНИЙ СПОСОБОМ КРУГОВЫХ ПРИЕМОМ

*Цель работы:* изучить методику и приобрести практические навыки измерения горизонтальных направлений способом круговых приемов, обработки и оценки точности результатов наблюдений.

#### Задание:

Каждый студент по указанию преподавателя должен выполнить измерения горизонтальных направлений на 4 точки тремя полными круговыми приемами. Все записи результатов измерений и вычислений производить в журнале установленной формы. В пояснительной записке следует привести схему и краткую методику наблюдений на станции и последующей обработки результатов измерений.

#### ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

В сетях сгущения угловые измерения обычно выполняют способами приемов (способ отдельного угла) и круговых приемов. Способ приемов применяют при проложении полигонометрии 1-го и 2-го разрядов. Способ круговых приемов используют в сетях триангуляции 2-4-го классов и 1-го и 2-го разрядов, а также при угловых измерениях в узловых точках систем полигонометрических ходов и при их привязке к пунктам опорной геодезической сети, если число направлений на пункте более двух.

Способ круговых приемов (рис.10) позволяет выразить результаты наблюдений в виде измеренных направлений, т. е. отсчетов, взятых по неподвижному лимбу при визировании на все наблюдаемые пункты. Эти данные позволяют рассчитать любой из углов между направлениями на наблюдаемые пункты как разность измеренных направлений.

#### 1. Порядок работы на пункте при измерении углов способом круговых приемов

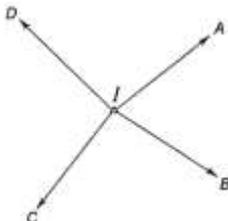


Рис.10. Схема направлений при измерении углов способом круговых

## приемов

1. Теодолит устанавливают в рабочее положение на пункте I и закрепляют его горизонтальный круг так, чтобы отсчет по начальному направлению был близок к  $0^\circ$ . Затем вращением алидады по ходу часовой стрелки последовательно визируют при КЛ на пункты А, В, С, Э и вновь на пункт А, каждый раз беря отсчеты по лимбу.

Повторное наблюдение начального направления (на пункт А) называется *замыканием горизонта (первый полевой контроль)* и служит для контроля неподвижности лимба в течение полуприема. Величина незамыкания горизонта не должна превышать двойной точности отсчетного устройства теодолита, т.е.  $0,2'$  для теодолитов типа Т5 и  $8''$  — для Т2 и аналогичных им по точности приборов. При больших расхождениях весь полуприем повторяют заново.

2. Переводят трубу через зенит и при прежнем положении лимба, вращая алидаду против хода часовой стрелки, визируют при КП на пункты А, D, С, В, А и берут отсчеты по лимбу, т. е. выполняют второй полуприем. Запись результатов измерений ведется в журнале в соответствии с наименованием геодезических пунктов: в первом полуприеме - сверху вниз, во втором - снизу вверх. Пример заполнения ведомости приведен в табл. 1.

Табл. 1

I прием					
1	КЛ	$0^\circ 02,4'$	-0,2'	$0^\circ 02,50'$	$0^\circ 00,00'$
	КП	$180^\circ 02,6'$			
2	КЛ	$76^\circ 45,1'$	-0,3'	-0,04	$76^\circ 42,71'$
	КП	$256^\circ 45,4'$		$76^\circ 45,25'$	
3	КЛ	$148^\circ 25,2'$	-0,3'	-0,08	$148^\circ 22,77'$
	КП	$328^\circ 25,5'$		$148^\circ 25,35'$	
4	КЛ	$252^\circ 32,4'$	-0,2'	-0,11	$252^\circ 29,89'$
	КП	$72^\circ 32,6'$		$252^\circ 32,50'$	
1	КЛ	$0^\circ 02,5'$	-0,3'	-0,15	$0^\circ 00,00'$
	КП	$180^\circ 02,8'$		$0^\circ 02,65'$	

Незамыкание горизонта:  $\Delta_{кл} = +0,1'$   $\Delta_{кп} = +0,2'$   $\Delta_{ср} = +0,15'$

Контролем выполнения полного приема служит колебание двойной коллимационной погрешности (*второй полевой контроль*), которую рассчитывают для каждого направления как

$$2c = КЛ - КП \pm 180^\circ.$$

Колебание величины  $2c$  в приеме для теодолитов типов Т2 и Т5 не должно превышать, соответственно,  $15''$  и  $30''$ . Если колебания  $2c$  более допустимых, то прием следует повторить.

Если колебания  $2c$  допустимы, то вычисляют средние значения

измеренных направлений в приеме как среднее из отсчетов, полученных в первом и втором полуприемах.

В средние измеренные направления вводят поправки за незамыкание горизонта:

$$\delta_i = \frac{\Delta_{cp}}{n} \cdot (i - 1)$$

где  $i$  - номер направления (за первое принимают начальное направление);

$n$  - число направлений.

Из всех исправленных средних направлений последовательно вычитают начальное направление и получают направления, приведенные к нулю.

3. Для повышения точности и контроля измерений наблюдения выполняются несколькими приемами. Между каждым приемом лимб переставляют на угол  $180^{\circ}/m+10'$ , где  $m$  — число приемов. Число приемов измерения углов в сетях триангуляции 1-го и 2-го разрядов принимается соответственно: при использовании теодолитов типа Т2 — 3 и 2, типа Т5 — 4 и 3.

Вычисленные по каждому приему значения одноименных направлений, приведенных к нулю, не должны различаться более чем на  $8''$  для теодолитов типа Т2 и равноточных им и на  $0,2'$  — для теодолитов типа Т5 (*третий полевой контроль*). Если полученные значения в каком-либо приеме отличаются на величину более установленного допуска, то они подлежат перенаблюдению на тех же установках лимба. При отсутствии грубых погрешностей в обработку принимают основной и повторный приемы.

4. По окончании измерений на пункте составляют свод результатов измерений и выполняют оценку точности полученных результатов (табл. 2).

В свод из журнала наблюдений выписывают по каждому приему значения направлений, приведенные к нулю. Из приведенных к нулю направлений выводят средние значения по каждому направлению, которые являются окончательным значением направления. Для каждого приема вычисляют уклонения  $u$  полученного значения направления от среднего. Сумма этих уклонений может отличаться от нуля в пределах погрешностей округления средних значений направлений. Это служит контролем правильности вычислений.

Табл. 2

№приема	1	$v$	2	$v$	3	$v$	4	$v$
I	$0^{\circ} 00,0'$	$0,00'$	$76^{\circ}42,71'$	$+0,06'$	$148^{\circ}22,77'$	$+0,01'$	$252^{\circ}29,89'$	$0,00'$
II	$0^{\circ} 00,0'$	$0,00'$	$42,55'$	$-0,10'$	$22,80'$	$+0,04'$	$29,80'$	$-0,09'$
III	$0^{\circ} 00,0'$	$0,00'$	$42,68'$	$+0,03'$	$22,70'$	$-0,06'$	$29,97'$	$+0,08'$
Среднее	$0^{\circ} 00,0'$		$76^{\circ}42,65'$		$148^{\circ}22,76'$		$252^{\circ}29,80'$	
$\sum v (+)$				$+0,09'$		$+0,05'$		$+0,08'$

$\sum v (-)$				-0,10'		-0,06'		-0,09'
--------------	--	--	--	--------	--	--------	--	--------

Средняя квадратичная погрешность направления из одного приема:

$$\mu = k \frac{\sum |v|}{n} = 0.51 \frac{0.47}{4} = 0.06';$$

из трех приемов:

$$M = \frac{\mu}{\sqrt{m}} = \frac{0.06'}{\sqrt{3}} = 0.035' = 2.1''.$$

5. Выполняют оценку точности измеренных направлений по уклонениям  $v$  с использованием *формулы Петерса*. Среднюю квадратическую погрешность измеренного направления из одного приема определяют по формуле:

$$\mu = 1.25 \frac{\sum |v|}{n \sqrt{m-1}} = k \frac{\sum |v|}{n}, \quad \text{где } k = \frac{1.25}{\sqrt{m-1}};$$

$n$  - число наблюдаемых направлений;  $m$  - число приемов.

Средняя квадратическая погрешность направления на станции из  $m$  приемов:

$$M = \frac{\mu}{\sqrt{m}}.$$

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3 УРАВНИВАНИЕ НИВЕЛИРНОЙ СЕТИ КОРРЕЛАТНЫМ СПОСОБОМ

*Цель работы:* освоить методику уравнивания нивелирной сети коррелятным способом.

#### Задание 1

$H_A = 100,000$  м;  $H_B = 110,000$  м - отметки исходных пунктов.

$h$  (м):  $5+v/1000$ ;  $5+f/1000$ ;  $5+i/1000$  - измеренные превышения.

( $v$  - номер варианта студента в журнале;  $f$  - количество букв в фамилии;  $i$  - количество букв в имени).

$S$  (км) : 2; 2; 1 - длины ходов.

$p_i = c/S_i$ : 0,5; 0,5; 1,0 - веса измерений,  $c = 1$  - постоянная.

#### СОДЕРЖАНИЕ И ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

##### 1. Условные уравнения и весовая функция в нивелирной сети

Рассмотрим, как составляются условные уравнения и весовая функция на следующем примере.

Исходные данные для нивелирной сети, представленной на рис.11:

$H_A = 100,000$  м;  $H_B = 110,000$  м - отметки исходных пунктов.

$h$  (м): 5,005; 5,015; 5,001 - измеренные превышения.

$S$  (км) : 2; 2; 1 - длины ходов.

$p_i = c/S_i$ : 0,5; 0,5; 1,0 - веса измерений,  $c = 1$  - постоянная.

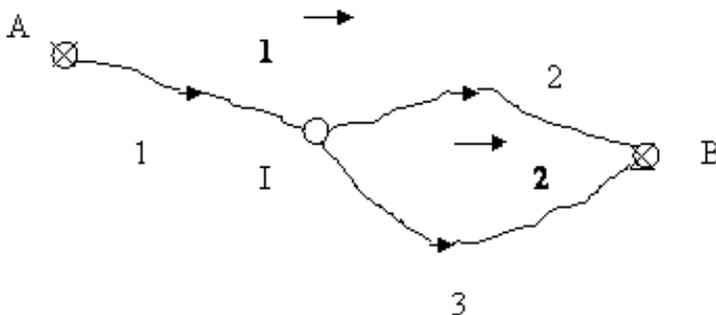


Рис.11. Нивелирная сеть

Уравнивание нивелирной сети начинают с подсчета числа независимых условных уравнений по формуле:

$$r = n - t.$$

В сети, представленной на рис.1, число измеренных превышений:

$$n = 3.$$

Число необходимых измерений:

$t = 1$  - количеству вновь определяемых пунктов.

Таким образом,  $g = 2$ .

Составим условные уравнения связи.

В нивелирной сети имеют место полигонные условия: *разность суммы превышений в полигоне после уравнивания и теоретической суммы превышений должна быть равна нулю.*

Выбирают независимые полигоны - замкнутые или разомкнутые, опирающиеся на твердые пункты, в количестве  $g$ . На схеме сети показывают номера выбранных полигонов и стрелкой направление суммирования превышений в полигоне. Если направление хода и направление суммирования превышений в полигоне совпадает, знак у превышения "плюс", если не совпадает, превышение следует взять со знаком "минус".

Условные уравнения связи можно записать в следующей форме:

$$\Phi_j (y_1 + v_1, y_2 + v_2, \dots, y_n + v_n) = 0$$

Для сети на рис.1 система уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} h_1 + v_1 + h_2 + v_2 - (H_B - H_A) = 0 \\ h_2 + v_2 - h_3 - v_3 = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Система (1) линейного вида. Для перехода к условным уравнениям поправок достаточно вычислить невязки, которые следует выразить в сантиметрах или миллиметрах, чтобы порядок коэффициентов и невязок был одинаков.

$$\begin{cases} w_1 = h_1 + h_2 - (H_B - H_A) = 2.0 \text{ см} \\ w_2 = h_2 - h_3 = 1.4 \text{ см} \end{cases}$$

Условные уравнения поправок имеют вид:

$$\begin{cases} v_1 + v_2 + 2.0 = 0 \\ v_2 - v_3 + 1.4 = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Составим весовую функцию:

$$F = F(y_1 + v_1, y_2 + v_2, \dots, y_n + v_n) = f_0 + f_1 v_1 + f_2 v_2 + \dots + f_n v_n.$$

В качестве весовой функции целесообразно взять отметку определяемой точки и записать ее математическое выражение через условные превышения от ближайшего исходного пункта.

$$F = H_f = H_A + h_1 + v_1 = f_0 + v_1 \quad (f_1 = 1; f_2 = f_3 = 0). \quad (3)$$

## 2. Составление нормальных уравнений коррелат

От основных уравнений поправок переходят к системе нормальных уравнений коррелат.

Пусть  $g = 2$  и от системы условных уравнений поправок:

$$\begin{cases} a_1 v_1 + a_2 v_2 + \dots + a_n v_n + w_1 = 0 \\ b_1 v_1 + b_2 v_2 + \dots + b_n v_n + w_2 = 0 \end{cases}$$

требуется перейти к системе нормальных уравнений коррелат:

$$\begin{cases} [\pi aa]k_1 + [\pi ab]k_2 + w_1 = 0 \\ [\pi ab]k_1 + [\pi bb]k_2 + w_2 = 0 \end{cases}$$

Подлежит оценке точности весовая функция:

$$F = f_0 + f_1 v_1 + f_2 v_2 + \dots + f_n v_n.$$

С этой целью коэффициенты условных уравнений и функции записывают по столбцам в табл. 3. Под таблицей помещают вычисленные значения коэффициентов нормальных уравнений коррелат, а также величины  $[\pi af]$ ,  $[\pi bf]$ ,  $[\pi ff]$ , необходимые для дальнейшей оценки точности функции. Столбцы  $pv$  и  $v$  заполняют позднее.

Табл. 3

№ п/п	$\pi$	$a$ $k_1$	$b$ $k_2$	$f$	$S$	$pv$	$v$
1	$\pi_1$						
2	$\pi_2$						
...	...	...	...	...	...		
<b>n</b>	<b><math>\pi_n</math></b>	$a_n$	$b_n$	$f_n$	$S_n$		
		[a]	[b]	[f]	[S]		$[pv^2]$
		$[\pi aa]$	$[\pi ab]$	$[\pi af]$	$[\pi aS]$		
			$[\pi bb]$	$[\pi bf]$	$[\pi bS]$		
				$[\pi ff]$	$[\pi fS]$		

Где [a], [b], [f], [S] - суммы чисел по столбцам.

$$[\pi aa] = \pi_1 a_1 a_1 + \pi_2 a_2 a_2 + \dots + \pi_n a_n a_n;$$

$$[\pi ab] = \pi_1 a_1 b_1 + \pi_2 a_2 b_2 + \dots + \pi_n a_n b_n \text{ и т.д.}$$

$$\pi_i = 1/p_i - \text{обратный вес результата измерения.}$$

Для контроля последующих вычислений по строкам таблицы находят суммы коэффициентов:

$$S_i = a_i + b_i + f_i \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (4)$$

Суммирование левых и правых частей равенства (4) дает контроль вычисления  $S_i$ :

$$[S] = [a] + [b] + [f].$$

Умножая левую и правую часть равенства (4) на  $\pi_i a_i$ , на  $\pi_i b_i$ , на  $\pi_i f_i$  и складывая по столбцам, получаем следующие контрольные равенства:

$$\begin{cases} [\pi aS] = [\pi aa] + [\pi ab] + [\pi af] \\ [\pi bS] = [\pi ab] + [\pi bb] + [\pi bf] \\ [\pi fS] = [\pi af] + [\pi bf] + [\pi ff] \end{cases} \quad (5)$$

Направление суммирования коэффициентов слева направо и сверху вниз и направо.

Коэффициенты условных уравнений и функции помещаем в табл. 4.

Табл. 4.

№ измер.	$n$	$a$ $k_1$	$b$ $k_2$	$f$	$S$	$pv$	$v$
-------------	-----	--------------	--------------	-----	-----	------	-----

1	2	1		1	2	-0,40	-0,80
2	2	1	1		2	-0,60	-1,20
3	1		-1		-1	0,20	0,20
		2	0	1	3		
		4	2	2	8		
			3	0	5	[pvv]=1,08	
				2	4	[-kw]=1,08	

$$\begin{cases} 4k_1 + 2k_2 + 2.0 = 0 \\ 2k_1 + 3k_2 + 1.4 = 0 \end{cases} - \text{система нормальных уравнений коррелат.}$$

$6k_1 + 5k_2 + 3.4 = 0$  - суммарное уравнение.

### 3. Решение нормальных уравнений коррелат методом Гаусса (табл.5)

Табл.5.

№/№	$\delta x_1$	$\delta x_2$	$l$	$F$	$\Sigma$	контроль
1(a)	[paa]	[pab]	[pal]	$f_1$	$\Sigma_1 = [paS] + f_1$	$[paa] + [pab] + [pal] = \Sigma_1$
2(э)	-1	$-\frac{[pab]}{[paa]}$	$-\frac{[pal]}{[paa]}$	$-\frac{f_1}{[paa]}$	$-\frac{\Sigma_1}{[paa]}$	
3(b)		[pbb]	[pbl]	$f_2$	$\Sigma_2 = [pbS] + f_2$	$[pbb] + [pbl] = \Sigma_2$
4(b <sub>1</sub> )		[bb <sub>1</sub> ]	[bl <sub>1</sub> ]	$f_{21}$	$\Sigma_{21}$	
5(э)		-1	$-\frac{[bl_1]}{[bb_1]}$	$-\frac{f_{21}}{[bb_1]}$	$-\frac{\Sigma_{21}}{[bb_1]}$	

$$\delta x_2 = -\frac{[bl_1]}{[bb_1]},$$

$$\delta x_1 = -\frac{[pbl]}{[paa]} * \delta x_2 - \frac{[pbl]}{[paa]},$$

$[pvv] = [pll] + \left(-\frac{[pal]}{[paa]}\right) * [pal] + \left(-\frac{[bl_1]}{[bb_1]}\right) * [bl_1]$  - сумма  $[pll]$  и произведение чисел элиминационных строк  $l$  на вышестоящие числа того же столбца.

$\frac{1}{P_F} = \frac{f_1^2}{[paa]} + \frac{[f_{21}]^2}{[bb_1]}$  - сумма произведений чисел элиминационных строк столбца  $F$  на вышестоящие числа того же столбца (знак минус отбрасывается).

### 4. Вычисление поправок

Поправки к результатам измерений вычисляют по формуле:

$$v_i = \pi_1(a_1k_1 + b_1k_2 + \dots + r_1k_r)$$

Поправки вычисляют в табл. 2, вначале  $p_i v_i$ , как сумму произведений по строке коэффициентов условных уравнений на соответствующие коррелаты, затем  $v_i$ :

$$p_i v_i = a_i k_1 + b_i k_2 + \dots + r_i k_r; \quad v_i = p_i * (p_i v_i);$$

После этого делают контроль поправок:

$$[pvv] = -(w_1 k_1 + w_2 k_2 + \dots + w_r k_r)$$

$$[pvv] = -[kw].$$

Вычислим поправки для исходного примера:

$$v_1 = 2 * 1 * (-0,4) = -0,80,$$

$$v_2 = 2 * (1 * (-0,4) + 1 * (-0,2)) = -1,20,$$

$$v_3 = 1 * (-1) * (-0,20) = 0,20$$

Для контроля поправки подставляют в условные уравнения:

$$\begin{cases} v_1 + v_2 + 2.0 = 0 \\ v_2 + v_3 + 1.4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -0.80 - 1.20 + 2.0 = 0 \\ -1.20 + 0.20 + 1.4 = 0 \end{cases}$$

## 5. Вычисление уравненных значений измеренных величин

Уравненные значения вычисляют по формуле:

$$\bar{h}_i = h_i + v_i$$

Для нашего примера:

1. 4,9970;
2. 5,0030;
3. 5,0030.

Для контроля уравнивания полученные значения подставляют в уравнения связи:

$$1) \bar{h}_1 + \bar{h}_2 - (H_B - H_A) = 4,9970 + 5,0030 - 10,000 = 0$$

$$2) \bar{h}_2 - \bar{h}_3 = 5,0030 - 5,0030 = 0$$

Вычисляется отметка определяемого пункта:

$$H_1 = H_A + \bar{h}_1$$

$$H_1 = 100,000 + 4,9970 = 104,9970(м)$$

## 6. Оценка точности по материалам уравнивания

Для оценки точности результатов измерений вычисляют:

- среднюю квадратическую ошибку единицы веса.

$$\mu = \sqrt{\frac{Pv^2}{r}} \quad (6)$$

- среднюю квадратическую ошибку функции.

$$m_F = \mu \sqrt{\frac{1}{P_F}} \quad (7)$$

Выполним оценку точности по материалам уравнивания для нашего примера:

- средняя квадратическая ошибка единицы веса (превышения по ходу в 1 км).

$$\mu = \sqrt{\frac{Pv^2}{r}} = \sqrt{\frac{1,08}{2}} = 0,73(\text{см})$$

- средняя квадратическая ошибка функции.

$$m_F = \mu \sqrt{\frac{1}{P_F}} = 0,73 \cdot \sqrt{0,50} = 0,52(\text{см})$$

### **Задание 2:**

Выполнить уравнивание измеренных превышений и определить отметки точек 1, 2, 3 согласно заданному варианту (табл. 6) и схеме сети; определить средние квадратические погрешности уравненной отметки точки 1 и уравненного значения разности отметок  $H_2 - H_3$ .

## Исходные данные

Табл.б.

№	Названия ходов	Превыш. h, м	Длина L, км	Превыш. h, м	Длина L, км	Превыш. h, м	Длина L, км
		<b>Вариант 1</b>		<b>Вариант 2</b>		<b>Вариант 3</b>	
1	2-3	-2,639	6,4	-2,758	4,2	-5,689	7,0
2	2-4	+5,321	7,2	+4,396	7,3	+2,547	9,1
3	3-4	+7,992	3,5	+7,196	5,6	+8,287	6,3
4	3-5	+4,562	7,5	+6,205	8,2	+4,625	9,6
5	4-5	-3,455	4,5	-1,022	4,8	-3,703	5,8
6	4-1	+0,181	5,2	+1,102	6,0	+2,959	6,5
7	5-1	+3,624	6,4	+2,103	7,5	+6,629	8,8

1	2-3	<b>Вариант 4</b>		<b>Вариант 5</b>		<b>Вариант 6</b>	
		-8,236	8,6	-6,283	5,6	-8,243	8,4
2	2-4	+4,088	12,3	+3,102	6,9	+1,967	7,2
3	3-4	+12,371	7,1	+9,352	4,3	+10,169	6,3
4	3-5	+6,954	10,6	+5,628	7,8	+2,741	9,4
5	4-5	-5,441	9,0	-3,681	5,6	-7,396	7,8
6	4-1	+1,406	11,0	+2,451	4,3	+3,571	9,6
7	5-1	+6,829	9,8	+6,157	6,7	+11,003	8,0
1	2-3	<b>Вариант 7</b>		<b>Вариант 8</b>		<b>Вариант 9</b>	
		-6,183	3,8	-2,791	7,2	-4,538	8,1
2	2-4	+2,547	6,0	+5,153	8,5	+3,263	7,5
3	3-4	+8,703	5,2	+7,891	4,8	+7,770	5,2
4	3-5	+3,446	7,3	+6,136	8,3	+4,574	8,0
5	4-5	5,232	4,8	-1,718	6,1	-3,234	4,3
6	4-1	+2,996	6,1	+0,412	7,2	+2,279	8,7
7	5-1	+8,258	6,8	+2,166	9,1	+5,528	7,4

1	2-3	<b>Вариант 10</b>		<b>Вариант 11</b>		<b>Вариант 12</b>	
		-3,657	10,5	-4,927	6,9	-5,329	15,3
2	2-4	+4,729	12,8	+5,012	5,4	+2,671	13,9
3	3-4	+8,428	8,0	+9,913	4,0	+8,017	9,8
4	3-5	+5,543	11,6	+6,895	8,4	+2,559	14,5
5	4-5	-2,842	6,9	-3,044	5,6	-5,417	8,6
6	4-1	+0,768	10,1	+0,548	9,1	+2,820	14,5
7	5-1	+3,593	9,7	+3,620	7,3	+8,217	12,7

Продолжение табл. 6

№	Названия	Превыш. h, м	Длина L, км	Превыш. h, м	Длина L, км	Превыш. h, м	Длина L, км
хода	ходов						
1	2-3	<b>Вариант 13</b>		<b>Вариант 14</b>		<b>Вариант 15</b>	
		-8,693	7,5	-7,659	6,2	-6,072	7,8
2	2-4	+4,767	8,2	+0,986	5,3	+2,693	6,2
3	3-4	+13,434	5,1	+8,671	4,5	+8,798	5,0
4	3-5	+9,547	6,7	+4,516	7,8	+3,626	9,0
5	4-5	-3,855	3,8	-4,198	5,4	-5,191	4,6
6	4-1	+0,773	9,0	+4,501	8,7	+2,807	7,1
7	5-1	+4,641	6,9	+8,673	7,6	+7,987	6,8
1	2-3	<b>Вариант 16</b>		<b>Вариант 17</b>		<b>Вариант 18</b>	
		-4,568	9,1	-3,762	6,9	-6,072	7,8
2	2-4	+5,219	8,5	+3,275	6,0	+2,693	6,2
3	3-4	+9,832	6,2	+6,986	4,3	+8,798	5,0
4	3-5	+7,673	7,4	+2,514	7,0	+3,626	9,0
5	4-5	-2,187	4,6	-4,442	3,4	-5,191	4,6
6	4-1	+0,285	8,3	+2,284	8,1	+2,807	7,1
7	5-1	+2,461	6,7	+6,749	7,6	+7,987	6,8
1	2-3	<b>Вариант 19</b>		<b>Вариант 20</b>			
		-8,901	12,1	-4,249	10,1		
2	2-4	+1,798	10,9	+5,391	9,4		
3	3-4	+10,663	7,2	+9,600	5,8		
4	3-5	+4,139	8,0	+5,740	7,2		
5	4-5	-6,500	6,3	-3,886	4,1		
6	4-1	+3,767	9,3	+0,166	8,9		
7	5-1	+10,294	8,1	+3,993	7,3		

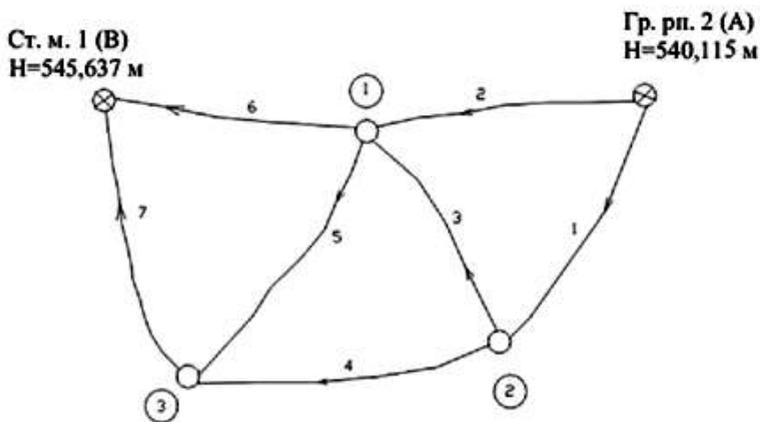


Рис. 12. Схема нивелирной сети

## 1. Содержание и последовательность выполнения работы

2.1. Вычертить схему нивелирной сети (рис.12). Число полигонов (включая фиктивные) должно быть равно числу условных уравнений, т.е.  $r = n - t$ , где  $n$  – число ходов;  $t$  – число узловых (определяемых) точек. На схеме обозначить номера и направления ходов, направления подсчета невязок в полигонах.

2.2. Составить систему условных уравнений вида

$$A_m V_{n1} + W_{r1} = 0. \quad (7)$$

где  $A_m$  – матрица коэффициентов;  $V_{n1}$  – вектор поправок;  $W_{r1}$  – вектор невязок.

2.3. Вычислить свободные члены по формуле:

$$w_j = \sum_{i=1}^3 h_i \quad (8)$$

где  $w_j$  – невязка суммы превышений полигона;  $h_i$  – превышение.

2.4. Составить оценочные функции. В оценку точности включить определение средних квадратических погрешностей уравниваемой отметки точки 1 и уравниваемого значения разности отметок точек 2 и 1.

$$F_1 = H_B - h_6; \quad F_2 = H_2 - H_3 = - h_4.$$

2.5. Вычислить веса превышений по формуле:

$$P_i = 4 \text{ км} / S_i,$$

где  $S_i$  – длина хода.

2.6. Составить таблицы коэффициентов условных уравнений, оценочных функций и контрольных сумм. Знаки коэффициентов условных уравнений, равных  $\pm 1$  и 0, определять по правилу: "+", если направление  $i$ -го хода совпадает с направлением подсчета невязок  $j$ -го полигона,

и" -,если наоборот.

2.7. Составить таблицу коэффициентов нормальных уравнений коррелат и коэффициентов, необходимых для вычисления обратных весов оценочных функций.

Контролем является выполнение равенств:

$$\begin{aligned} [\pi a a] + [\pi a b] + [\pi a c] + [\pi a d] &= [\pi a s]_1 + F_1 + F_2 = [\pi a s]_2; \\ [\pi d a] + [\pi d b] + [\pi d c] + [\pi d d] &= [\pi d s]_1 + F_1 + F_2 = [\pi d s]_2. \end{aligned} \quad (9)$$

где  $\pi_i$  – вес, равный  $1/P_i$ ;

$a_i, b_i, c_i, d_i$  - коэффициенты условных уравнений.

2.8. Решить нормальные уравнения матричным методом.

$$[\pi a S]K_1 + [\pi b S]K_2 + [\pi c S]K_3 + [\pi d S]K_4 + [w] = 0 \quad (10)$$

где  $K_i$  – коррелата.

2.9. Вычислить поправки измеренных значений:

$$v_i = \pi_i a_i K_1 + \pi_i b_i K_2 + \dots + \pi_i d_i K_4. \quad (11)$$

2.10. Вычислить уравненные значения превышений:

$$h_{yp} = h_{изм} + v. \quad (12)$$

Подставить их в последнее условное уравнение для контроля.

2.11. Вычислить уравненные отметки точек:

$$H_j = H_{исх} \pm h_j. \quad (13)$$

2.12. Оценить точность по формулам:

$$\mu = \sqrt{\frac{[Pv^2]}{r}}$$

где  $\mu$  – средняя квадратическая погрешность единицы веса;

$$m = \mu \sqrt{P_F^{-1}}$$

где  $m$  – средняя квадратическая погрешность функции.

### 3. Контрольный пример вычислений для варианта 5

Исходные данные и результаты уравнивания приведены в табл. 7

Табл. 7.

Номер хода	Измеренное превышение, м	Длина хода, км	Уравненное превышение, м
1	-6,283	5,6	-6,2736
2	+3,102	6,9	+3,0751
3	+9,352	4,3	+9,3487
4	+5,628	7,8	+5,6470
5	-3,681	5,6	-3,7017
6	+2,451	4,3	+2,4469
7	+6,157	6,7	+6,1486

Составим условные уравнения.

По замкнутым полигонам имеем:

$$\begin{aligned}h_1 - h_2 + h_3 + w_1 &= 0; \\ -h_3 + h_4 - h_5 + w_2 &= 0; \\ h_5 - h_6 + h_7 + w_3 &= 0.\end{aligned}$$

По фиктивному полигону имеем:

$$H_A - H_B + h_2 + h_6 + w_4 = 0.$$

Вычислим свободные члены:

$$\begin{aligned}w_1 &= -6,283 - 3,102 + 9,352 = -33 \text{ мм}; \\ w_2 &= -9,352 + 5,628 + 3,681 = -43 \text{ мм}; \\ w_3 &= -3,681 - 2,451 + 6,157 = 25 \text{ мм}; \\ w_4 &= 540,115 - 545,637 + 3,102 + 2,451 = 31 \text{ мм}.\end{aligned}$$

Таким образом, условные уравнения имеют вид:

$$\begin{aligned}v_1 - v_2 + v_3 - 33 &= 0; \\ -v_3 + v_4 - v_5 - 43 &= 0; \\ v_5 + v_7 - v_6 + 25 &= 0; \\ v_2 + v_6 + 31 &= 0.\end{aligned}$$

Составим оценочные функции:

$$F_1 = H_B - h_6; F_2 = H_2 - H_3 = -h_4.$$

Вычислим веса превышений (табл.8).

Табл.8

Коэффициенты условных уравнений										
№ измерения	$P$	$a$	$b$	$c$	$d$	$S_1$	$F_1$	$F_2$	$S_2$	$PV_2$
1	0,71	1				1			1	62,99
2	0,58	-1			1	0			0	416,99
3	0,93	1	-1			0			0	9,83
4	0,51		1			1		-1	0	183,96
5	0,71		-1	1		0			0	306,27
6	0,93			-1	1	0	-1		-1	16,24
7	0,60			1		1			1	42,51
W	-	-33	-43	25	31	-	-	-	[PV2]	=1038,78

Составим таблицы коэффициентов условных уравнений, оценочных функций контрольных сумм (табл. 9, 10).

Коэффициенты нормальных уравнений коррелат и коэффициенты для вычисления обратных весов оценочных функций приведены в табл. 11.

Табл. 9

Весовые коэффициенты										
№	$\pi=I/P$	$\pi a$	$\pi b$	$\pi c$	$\pi d$	$\pi S_1$	$\pi F_1$	$\pi F_2$	$\pi S_2$	V, мм
1	1,41	1,41				1,41			1,41	9,37
2	1,72	-1,72			1,72	0			0	-26,92
3	1,08	1,08	-1,08			0			0	-3,29
4	1,96		1,96			1,96		-1,96	0	19,02
5	1,41		-1,41	1,41		0			0	-20,67
6	1,08			-1,08	1,08	0	-1,08		-1,08	-4,07
7	1,67			1,67		1,67			1,67	-8,4
K	----	6,68	9,69	-5,04	-8,91	----	----	----	-[KW]=	1039,29

Табл. 10

Коэффициенты нормальных уравнений								
Коэффициент	a]	b]	c]	d]	S <sub>1</sub> ]	F <sub>1</sub> ]	F <sub>2</sub> ]	S <sub>2</sub> ]
[ $\pi a$	4,21	-1,08	0	-1,72	1,41	0	0	1,41
[ $\pi b$		4,45	-1,41	0	1,96	0	-1,96	0
[ $\pi c$			4,16	-1,08	1,67	1,08	0	2,75
[ $\pi d$				2,80	0	-1,08	0	-1,08
[ $\pi F$					0	1,08	1,96	0

Нормальные уравнения решим методом Гаусса в табл.11.

Табл.11

$N\hat{u} / N\hat{u}$	$\delta x_1$	$\delta x_2$	$l$	$F$	$\Sigma$	контроль
1(a)	$[paa]$	$[pab]$	$[pal]$	$f_1$	$\Sigma_1 = [paS] + f_1$	$[paa] + [pab] + [pal] = \Sigma_1$
2(э)	-1	$-\frac{[pa]}{[paa]}$	$-\frac{[pa]}{[paa]}$	$-\frac{f_1}{[paa]}$	$-\frac{\Sigma_1}{[paa]}$	
3(b)		$[pbb]$	$[pbl]$	$f_2$	$\Sigma_2 = [pbS] +$	$[pbb] + [pbl] = \Sigma_2$
4(b <sub>1</sub> )		$[bb_1]$	$[bl_1]$	$f_{21}$	$\Sigma_{21}$	
5(э)		-1	$-\frac{bl_1}{bb_1}$	$-\frac{f_{21}}{bb_1}$	$-\frac{\Sigma_{21}}{[bb_1]}$	

$$\delta x_2 = -\frac{[bl_1]}{bb_1},$$

$$\delta x_1 = -\frac{[pbl]}{[paa]} * \delta x_2 - \frac{[pbl]}{[paa]}.$$

$$[pvv] = [pll] + \left(-\frac{[pal]}{[paa]}\right) * [pal] + \left(-\frac{bl_1}{bb_1}\right) * [bl_1] - \text{сумма } [pll]$$

и произведение чисел элиминационных строк  $l$  на вышестоящие числа того же столбца.

$$\frac{1}{P_F} = \frac{f_1^2}{[paa]} + \frac{[f_{21}]^2}{[bb_1]} - \text{сумма произведений чисел}$$

элиминационных строк столбца  $F$  на вышестоящие числа того же столбца (знак минус отбрасывается).

По формуле (5) вычислим поправки  $v_i$  (табл. 9). Подставим поправки в условные уравнения для контроля:

$$\begin{aligned} 9,37 + 26,92 - 3,29 - 33 &= 0; \\ 3,29 + 19,02 - 20,67 - 43 &= -0,02; \\ -20,67 - 8,4 + 4,07 - 25 &= 0; \\ -26,92 - 4,07 + 31 &= 0,01. \end{aligned}$$

Вычислим уравненные значения превышений (табл. 7). Подставим их в последнее условное уравнение:

$$H_A - H_B + h_2 + h_6 = 540,115 - 545,637 + 3,0751 + 2,4469 = 0.$$

Вычислим уравненные отметки точек:

$$H_1 = H_A + h_{2,ур} = 540,115 + 3,0751 = 543,1901 \text{ м};$$

$$H_2 = H_A + h_{1,ур} = 540,115 - 6,2736 = 533,8414 \text{ м};$$

$$H_3 = H_B + h_{7,ур} = 545,637 - 6,1486 = 539,4884 \text{ м}.$$

Средняя квадратическая погрешность единицы веса:

$$\mu = \sqrt{\frac{[PV^2]}{r}} = \sqrt{\frac{1038,78}{4}} = 16,1(\text{мм}).$$

Средняя квадратическая погрешность уравненного превышения  $h_6$ :

$$mF_1 = 16,1\sqrt{0,448} = 10,78(\text{мм})$$

Средняя квадратическая погрешность функции  $F_2 = H_2 - H_1$ :

$$mF_1 = 16,1\sqrt{0,644} = 14,48(\text{мм})$$

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4 УРАВНИВАНИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ПОСТРОЕНИЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКИМ СПОСОБОМ

*Цель работы:* освоить методику уравнивания нивелирной сети параметрическим способом.

### Задание 1

$H_A = 100,000$  м;  $H_B = 115,000$  м - отметки исходных пунктов.

$h$  (м): 5,023+0,0ии; 10,012+0,0вв; 9,990+0,0ОтОт; -10,005+0,0фф - измеренные превышения.

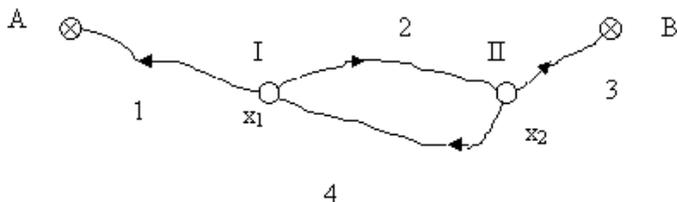
(В - номер варианта студента в журнале; Ф – количество букв в фамилии; И – количество букв в имени, От - количество букв в отчестве).

$S$  (км): 2; 4; 4; 2 - длины ходов.

$p_i = c/S_i$ : 2; 1; 1; 2 - веса результатов измерений ( $c = 4$ ).

### СОДЕРЖАНИЕ И ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Составление параметрических уравнений поправок для нивелирной сети, изображенной на рис.13.



*Рис.13. Схема нивелирной сети*

Исходные данные:

$H_A = 100,000$  м;  $H_B = 115,000$  м - отметки исходных пунктов.

$h$  (м): 5,023; 10,012; 9,990; -10,005 - измеренные превышения.

$S$  (км): 2; 4; 4; 2 - длины ходов.

$p_i = c/S_i$ : 2; 1; 1; 2 - веса результатов измерений ( $c = 4$ ).

В данной нивелирной сети число измерений  $n = 4$ , число необходимых измерений  $t = 2$ . Два параметра  $x_1$  и  $x_2$  - отметки вновь определяемых пунктов.

Параметрические уравнения связи составим по формуле:

$$F_i(x_1, x_2, \dots, x_t) - y_i = v_i.$$

Параметрические уравнения связи имеют вид:

$$(H_A - x_1) - h_1 = v_1;$$

$$(x_2 - x_1) - h_2 = v_2;$$

$$(H_B - x_2) - h_3 = v_3;$$

$$(x_1 - x_2) - h_4 = v_4$$

Определим приближенные значения параметров:

$$x_1^0 = H_A - h_1 = 94,977 \text{ м};$$

$$x_2^0 = H_B - h_3 = 105,010 \text{ м}.$$

$x_1 = x_1^0 + \delta x_1$  и  $x_2 = x_2^0 + \delta x_2$  подставим в систему параметрических уравнений связи.

$$(H_A - x_1^0 - \delta x_1) - h_1 = v_1;$$

$$(x_2^0 + \delta x_2 - x_1^0 - \delta x_1) - h_2 = v_2;$$

$$(H_B - x_2^0 - \delta x_2) - h_3 = v_3;$$

$$(x_1^0 + \delta x_1 - x_2^0 - \delta x_2) - h_4 = v_4.$$

Переходим к параметрическим уравнениям поправок:

$$a_i \delta x_1 + b_i \delta x_2 + \dots + t_i \delta x_t + l_i = v_i \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

Свободные члены  $l_i = F_i(x_1^0, x_2^0, \dots, x_t^0) - y_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) выразим в сантиметрах или в миллиметрах для того, чтобы порядок коэффициентов и свободных членов был одинаков.

$$l_1 = H_A - x_1^0 - h_1 = 0;$$

$$l_2 = x_2^0 - x_1^0 - h_2 = 2,1 \text{ см};$$

$$l_3 = H_B - x_2^0 - h_3 = 0;$$

$$l_4 = x_1^0 - x_2^0 - h_4 = -2,8 \text{ см}.$$

$$-\delta x_1 + l_1 = v_1;$$

$$\delta x_2 - \delta x_1 + l_2 = v_2;$$

$$-\delta x_2 + l_3 = v_3;$$

$$\delta x_1 - \delta x_2 + l_4 = v_4;$$

### 1. Составление нормальных уравнений

Для составления нормальных уравнений коэффициенты и свободные члены параметрических уравнений поправок помещают в таблицу по строкам (табл. 12).

Пусть  $t = 2$ .

Табл.12

<i>N</i> <i>измер.</i>	<i>a</i> $\delta x_1$	<i>b</i> $\delta x_2$	<i>l</i>	<i>S</i>	<i>p</i>	<i>v</i>	<i>p</i> <i>v</i>
<b>1</b>	$a_1$	$b_1$	$l_1$	$S_1$	$p_1$		
<b>2</b>	$a_2$	$b_2$	$l_2$	$S_2$	$p_2$		
...	...	...	...	...	...		
<b>n</b>	$a_n$	$b_n$	$l_n$	$S_n$	$p_n$		

$$\begin{array}{cccc}
 [a] & [b] & [l] & [S] \\
 [paa] & [pab] & [pal] & [paS] \\
 & [pbb] & [pbl] & [pbS]
 \end{array}$$

$$S_i = a_i + b_i + l_i \quad (14) \text{ - контрольные суммы.}$$

$$[S] = [a] + [b] + [l] \text{ - контроль Si.}$$

Умножая левую и правую часть равенства (14) на  $p_i a_i$ ,  $p_i b_i$ ,  $p_i l_i$  и складывая по столбцам, получаем контроль составления нормальных уравнений:

$$\begin{cases} [paS] = [paa] + [pab] + [pal] \\ [pbS] = [pab] + [pbb] + [pbl] \\ [plS] = [pal] + [pbl] + [pll] \end{cases}$$

**Пример.**

Составление нормальных уравнений для нивелирной сети, изображено в табл.13.

Табл.13

№п/п	$p$	$a/\delta x_1$	$b/\delta x_2$	$l$	$S$	$v$	$pv$
1	2	-1		0	-1	-0.70	-1.40
2	1	-1	1	+2.1	+2.1	0	0
3	1		-1	0	-1	+1.40	+1.40
4	2	1	-1	-2.8	-2.8	-0.70	-1.40
		-1	-1	-0.7	-2.7	$[pvv] =$	3.92
		5	-3	-7.7	-5.7	$[pv l] =$	3.92
			4	7.7	8.7		
				20.9	20.9		

Система нормальных уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} 5\delta x_1 - 3\delta x_2 - 7,7 = 0 \\ -3\delta x_1 + 4\delta x_2 + 7,7 = 0 \end{cases}$$

$$2\delta x_1 + \delta x_2 = 0 \text{ - суммарное уравнение.}$$

## 2. Весовая функция

Для оценки точности уравненных элементов геодезической сети составляют весовую функцию. Это - функция параметров. Оцениваемую величину выражают через параметры.

**Пример.**

Для нивелирной сети, представленной на рис.1, в качестве весовой функции может быть взято уравненное превышение, например, второе.

$$F = h_2 = x_2 - x_1 = x_2^0 + \delta x_2 - x_1^0 - \delta x_1 = f_0 + \delta x_2 - \delta x_1; \quad (f_2 = 1; f_1 = -1)$$

Если оценивают точность отметки определяемого пункта, например, второго, то

$$F = H_2 = x_2 = x_2^0 + \delta x_2 = f_0 + \delta x_2; \quad (f_2 = 1; f_1 = -1)$$

## 3. Решение нормальных уравнений

Решаем данную систему нормальных уравнений методом Гаусса в табл.14.

$$\begin{cases} 5\delta x_1 - 3\delta x_2 - 7,7 = 0 \\ -3\delta x_1 + 4\delta x_2 + 7,7 = 0 \end{cases}$$

Табл.14

№строк	$\delta x_1$	$\delta x_2$	$l$	$F$	Сумма	Контроль
1	5	-3	-7,70	-1	-6,70	
2	-1	0,6	1,54	0,20	1,34	6,48
3		4	7,70	1	9,70	
4		2,2	3,08	0,40	5,68	5,68
5		-1	-1,40	-0,18	-2,58	-2,58

По окончании решения получаем:

$$\delta x_1 = 0,7$$

$$\delta x_2 = -1,4$$

Для контроля подставляем полученные значения в систему нормальных уравнений и в суммарное уравнение:

$$5*(0,7) - 3*(-1,4) - 7,7 = 0$$

$$-3*(0,7) + 4*(-1,4) + 7,7 = 0$$

$$2*(0,7) + (-1,4) = 0 \quad \text{- суммарное уравнение.}$$

Вычислим значение параметров:

$$x_1 = x_1^0 + \delta x_1 = 94,9840 \text{ м;}$$

$$x_2 = x_2^0 + \delta x_2 = 104,9960 \text{ м.}$$

Вычислим уравненные результаты измерений, делаем контроль уравнивания (табл. 15).

Табл.15

№	$\bar{Y} = h_i + V_i$	$F_i$
1	5,0160	$H_A - x_1 = 5,0160$
2	10,0120	$x_2 - x_1 = 10,0120$
3	10,0040	$H_B - x_2 = 10,0040$
4	-10,0120	$x_1 - x_2 = -10,0120$

#### 4. Оценка точности по материалам уравнивания

Среднюю квадратическую ошибку функции параметров определяют по формуле:

$$m_F = \mu \sqrt{\frac{1}{P_F}}, \text{ где}$$

$$\mu = \sqrt{\frac{P V^2}{n-t}} \quad \text{- средняя квадратическая ошибка единицы веса;}$$

$1/P_F$  - обратный вес функции.

Сделаем оценку точности результатов измерений по материалам уравнивания:

$$\mu = \sqrt{\frac{pv^2}{n-t}} = \sqrt{\frac{3,92}{4-2}} = 1,40 \text{ см}$$

- средняя квадратическая ошибка единицы веса (превышения по ходу в 4 км).

$m_F = \mu\sqrt{1/P_F} = 1,40 * \sqrt{0,273} = 0,73 \text{ см}$  - средняя квадратическая ошибка функции.

### 5. Блок-схема параметрического способа уравнивания

1. Анализируют совокупность измерений  $u_i$ , определяют  $t$  - число необходимых измерений. Устанавливают систему весов измерений  $p_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ).

2. Выбирают независимые параметры  $x_1, x_2, \dots, x_t$ , число которых равно  $t$ .

3. Составляют параметрические уравнения связи. Уравненные значения всех измеренных величин выражают в виде функций выбранных параметров.

4. Находят приближенные значения параметров  $x^0_i$ .

5. Параметрические уравнения связи приводят к линейному виду, вычисляют коэффициенты и свободные члены параметрических уравнений поправок.

6. Составляют функцию параметров для оценки ее точности. Весовую функцию линеаризуют.

7. Составляют нормальные уравнения, вычисляют коэффициенты и свободные члены нормальных уравнений.

8. Решают нормальные уравнения, вычисляют поправки к приближенным значениям параметров и контролируют их.

9. Вычисляют поправки  $v_i$  к результатам измерений,  $[pv^2]$  и выполняют контроль  $v_i$  и  $[pv^2]$ .

10. Вычисляют параметры, уравненные результаты измерений и выполняют контроль уравнивания.

11. Вычисляют обратные веса параметров и функций параметров.

12. Выполняют оценку точности результатов измерений, вычисляют среднюю квадратическую ошибку единицы веса.

13. Вычисляют средние квадратические ошибки уравненных величин.

## Задание 2

Выполнить уравнивание измеренных превышений и определить отметки точек 1, 2, 3 согласно заданному варианту (табл. 16) и схеме сети (рис. 14).

Табл.16

№	Названия	Превыш. h, м	Длина L, км	Превыш. h, м	Длина L, км	Превыш. h, м	Длина L, км
	ходов						
1	2-3	Вариант 1		Вариант 2		Вариант 3	
		-2,639	6,4	-2,758	4,2	-5,689	7,0
2	2-4	+5,321	7,2	+4,396	7,3	+2,547	9,1
3	3-4	+7,992	3,5	+7,196	5,6	+8,287	6,3
4	3-5	+4,562	7,5	+6,205	8,2	+4,625	9,6
5	4-5	-3,455	4,5	-1,022	4,8	-3,703	5,8
6	4-1	+0,181	5,2	+1,102	6,0	+2,959	6,5
7	5-1	+3,624	6,4	+2,103	7,5	+6,629	8,8

1	2-3	Вариант 4		Вариант 5		Вариант 6	
		-8,236	8,6	-6,283	5,6	-8,243	8,4
2	2-4	+4,088	12,3	+3,102	6,9	+1,967	7,2
3	3-4	+12,371	7,1	+9,352	4,3	+10,169	6,3
4	3-5	+6,954	10,6	+5,628	7,8	+2,741	9,4
5	4-5	-5,441	9,0	-3,681	5,6	-7,396	7,8
6	4-1	+1,406	11,0	+2,451	4,3	+3,571	9,6
7	5-1	+6,829	9,8	+6,157	6,7	+11,003	8,0
1	2-3	Вариант 7		Вариант 8		Вариант 9	
		-6,183	3,8	-2,791	7,2	-4,538	8,1
2	2-4	+2,547	6,0	+5,153	8,5	+3,263	7,5
3	3-4	+8,703	5,2	+7,891	4,8	+7,770	5,2
4	3-5	+3,446	7,3	+6,136	8,3	+4,574	8,0
5	4-5	5,232	4,8	-1,718	6,1	-3,234	4,3
6	4-1	+2,996	6,1	+0,412	7,2	+2,279	8,7
7	5-1	+8,258	6,8	+2,166	9,1	+5,528	7,4
1	2-3	Вариант 10		Вариант 11		Вариант 12	
		-3,657	10,5	-4,927	6,9	-5,329	
2	2-4	+4,729	12,8	+5,012	5,4	+2,671	13,9
3	3-4	+8,428	8,0	+9,913	4,0	+8,017	9,8
4	3-5	+5,543	11,6	+6,895	8,4	+2,559	14,5
5	4-5	-2,842	6,9	-3,044	5,6	-5,417	8,6
6	4-1	+0,768	10,1	+0,548	9,1	+2,820	14,5

7	5-1	+3,593	9,7	+3,620	7,3	+8,217	12,7
---	-----	--------	-----	--------	-----	--------	------

Продолжение табл.16

№	Названия ходов	Превыш. h, м	Длина L, км	Превыш. h, м	Длина L, км	Превыш. h, м	Длина L, км
1	2-3	<b>Вариант 13</b>		<b>Вариант 14</b>		<b>Вариант 15</b>	
		-8,693	7,5	-7,659	6,2	-6,072	7,8
2	2-4	+4,767	8,2	+0,986	5,3	+2,693	6,2
3	3-4	+13,434	5,1	+8,671	4,5	+8,798	5,0
4	3-5	+9,547	6,7	+4,516	7,8	+3,626	9,0
5	4-5	-3,855	3,8	-4,198	5,4	-5,191	4,6
6	4-1	+0,773	9,0	+4,501	8,7	+2,807	7,1
7	5-1	+4,641	6,9	+8,673	7,6	+7,987	6,8
1	2-3	<b>Вариант 16</b>		<b>Вариант 17</b>		<b>Вариант 18</b>	
		-4,568	9,1	-3,762	6,9	-6,072	7,8
2	2-4	+5,219	8,5	+3,275	6,0	+2,693	6,2
3	3-4	+9,832	6,2	+6,986	4,3	+8,798	5,0
4	3-5	+7,673	7,4	+2,514	7,0	+3,626	9,0
5	4-5	-2,187	4,6	-4,442	3,4	-5,191	4,6
6	4-1	+0,285	8,3	+2,284	8,1	+2,807	7,1
7	5-1	+2,461	6,7	+6,749	7,6	+7,987	6,8
1	2-3	<b>Вариант 19</b>		<b>Вариант 20</b>			
		-8,901	12,1	-4,249	10,1		
2	2-4	+1,798	10,9	+5,391	9,4		
3	3-4	+10,663	7,2	+9,600	5,8		
4	3-5	+4,139	8,0	+5,740	7,2		
5	4-5	-6,500	6,3	-3,886	4,1		
6	4-1	+3,767	9,3	+0,166	8,9		
7	5-1	+10,294	8,1	+3,993	7,3		

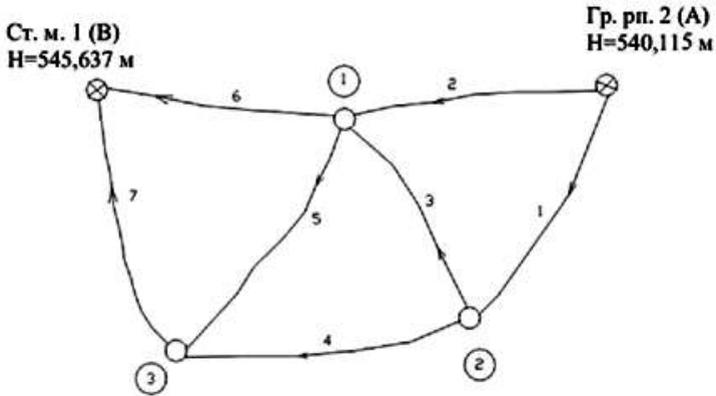


Рис.14 Схема нивелирной сети

## СОДЕРЖАНИЕ И ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Уравнивание выполнить в такой последовательности:

1. Выбрать необходимые параметры, число которых должно быть равно числу определяемых неизвестных.

2. Составить исходные уравнения связи (по числу ходов):

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_t),$$

где  $Y$  – вектор измерений;  $X_j$  – неизвестные параметры;  $t$  – число необходимых параметров.

3. Найти вектор приближенных значений неизвестных с помощью измеренных превышений:

$$X^0 = (X_1^0, X_2^0, \dots, X_k^0)$$

где  $X_j^0$  – приближенные значения отметок узловых пунктов.

4. Составить параметрические уравнения поправок:

$$v_i = \delta x_{кон} - \delta x_{нач} + l_i,$$

где  $v_i$  – поправка в измеренное превышение;  $\delta x$  – поправка в приближенное значение высоты определяемого узлового пункта;  $l_i$  – свободный член.

5. Вычислить свободные члены:

$$l_i = f(X^0) - y_i = X_{кон}^0 - (X_{нач}^0 + y_i)$$

где  $y_i$  – измеренное превышение.

6. Составить систему нормальных уравнений:

$$A_n t X_{n1} + L_{n1} = 0$$

где  $A_{nr} = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & \dots & t_1 \\ a_2 & b_2 & \dots & t_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_n & b_n & \dots & t_n \end{pmatrix}$  - матрица коэффициентов;

$X_{f1} = \begin{pmatrix} \delta x_1 \\ \delta x_2 \\ \dots \\ \delta x_t \end{pmatrix}$  - вектор поправок к приближенным значениям

параметров;

$L_{n1} = \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \\ \dots \\ l_n \end{pmatrix}$  - вектор свободных членов;

Веса назначить по формуле:

$$P_i = 4/L_i,$$

где  $L_i$  – длина  $i$ -го хода.

7. Решить систему нормальных уравнений матричным методом.

8. Вычислить поправки по формуле:

$$v_i = \delta x_{кон} - \delta x_{нач} + l_i,$$

9. Вычислить уравненные значения превышений:

$$\bar{v}_j = h_j + v_j,$$

где  $\bar{h}_j$  – вектор уравненных значений превышений.

Вычислить отметки узловых пунктов:

$$\bar{X}_j = X_j^0 + \delta x_j,$$

где  $\bar{H}_j$  – вектор уравненных значений отметок.

10. Выполнить заключительный контроль уравнивания путем подстановки значений  $\bar{H}_j$  в уравнения вместо истинных значений

искомых параметров  $H_j$ .

Контроли на промежуточных и заключительных этапах вычислений осуществить методом сумм. Контроли заключаются в наблюдении равенств:

$$[a] + [b] + \dots + [q] + [l] = [s],$$

$$a_i + b_i + \dots + q_i + l_i = s_i,$$

далее

$$[paa] + [pab] + \dots + [paq] + [pal] = [pas],$$

.....

$$[pas] + [pbs] + \dots + [pqs] + [pls] = [pss];$$

$$[pv^2] = [pvl] = [plv] = [pll] + [b\delta x] = [pllk] = [plsk] = [pssk].$$

**Контрольный пример вычислений для варианта 5:**

Исходные данные и результаты уравнивания поместим в таблицу 17

Табл. 17

№ хода	Измеренные превышения, (м)	Длина хода, (км)	Уравненные превышения h,(м)	V, мм
1	-6,283	5,6	-6,2736	+9,4
2	+3,102	6,9	+3,0752	-26,8
3	+9,352	4,3	+9,3488	-3,2
4	+5,628	7,8	+5,6470	+19,0
5	-3,681	5,6	-3,7018	-20,8
6	+2,451	4,3	+2,4468	-4,2
7	+6,157	6,7	+6,1486	-8,4

В качестве неизвестных параметров выберем отметки узловых пунктов 1, 2, 3 (на схеме отмечены кружком), равные  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$  соответственно.

Составим исходные уравнения связи:

$$Y_1 = X_2 - H_A;$$

$$Y_2 = X_1 - H_A;$$

$$Y_3 = X_1 - X_2;$$

$$Y_4 = X_3 - X_2;$$

$$Y_5 = X_3 - X_1;$$

$$Y_6 = H_B - X_1;$$

$$Y_7 = H_B - X_3;$$

Вычислим приближенные значения неизвестных:

$$X_1^0 = H_A + Y_2 = 540,115 + 3,102 = 543,217;$$

$$X_2^0 = H_A + Y_1 = 540,115 - 6,283 = 533,832;$$

$$X_3^0 = H_A + Y_1 + Y_4 = 540,115 - 6,283 + 5,628 = 539,460.$$

Составим параметрические уравнения поправок:

$$V_1 = +\delta x_2 + l_1;$$

$$V_2 = +\delta x_1 + l_2;$$

$$V_3 = +\delta x_1 - \delta x_2 + l_3;$$

$$V_4 = -\delta x_2 + \delta x_3 + l_4;$$

$$V_5 = -\delta x_1 + \delta x_3 + l_5;$$

$$V_6 = -\delta x_1 + l_6;$$

$$V_7 = -\delta x_3 + l_7.$$

Вычислим свободные члены  $l_i$  по известным приближенным

значениям:

$$l_1 = X_2^0 - Y_1 - H_A = 533,832 + 6,283 - 540,115 = 0;$$

$$l_2 = X_1^0 - Y_2 - H_A = 543,217 - 3,102 - 540,115 = 0;$$

$$l_3 = X_1^0 - Y_3 - X_2^0 = 543,217 - 9,352 - 533,832 = +3,3\text{см};$$

$$l_4 = X_3^0 - X_2^0 - Y_4 = 539,460 - 533,832 - 5,628 = 0$$

$$l_5 = X_3^0 - X_1^0 - Y_5 = 539,460 - 543,217 + 3,681 = -7,6\text{см};$$

$$l_6 = H_B - X_1^0 - Y_6 = 545,637 - 543,217 - 2,451 = -3,1\text{см};$$

$$l_7 = X_2^0 - Y_1 - H_A = 533,832 + 6,283 - 540,115 = 0;$$

Составим систему нормальных уравнений (табл.19):

$$+3,150 \delta x_1 - 0,930 \delta x_2 - 0,710 \delta x_3 + 11,348 = 0;$$

$$-0,930 \delta x_1 + 2,150 \delta x_2 - 0,510 \delta x_3 - 3,069 = 0;$$

$$-0,710 \delta x_1 - 0,510 \delta x_2 + 1,820 \delta x_3 - 6,596 = 0.$$

Для контроля решения составим суммарное уравнение из сумм коэффициентов и свободных членов:

$$1,150 \delta x_1 + 0,710 \delta x_2 + 0,600 \delta x_3 + 1,683 = 0.$$

Решим систему нормальных уравнений матричным методом.

Составим таблицу коэффициентов нормальных уравнений (табл.18)

Табл.18

№	a]	b]	c]	l]	s]	P=4/l	V,см	Pv <sup>2</sup>	Plv
1	0	+1	0	0	+1.0	0.71	+0.94	0.627	0
2	+1	0	0	0	+1.0	0.58	-2.685	4.181	-0.997
3	+1	-1	0	+3.3	+3.3	0.93	-0.325	0.098	0
4	0	-1	0	0	0	0.51	+1.90	1.842	+11.1
5	-1	0	+1	-7.6	-7.6	0.71	-2.075	3.057	97
6	-1	0	+1	-3.1	-4.1	0.93	-0.415	0.160	+1.19
7	0	0	-1	+2.0	+1.0	0.60	-0.840	0.423	7
Σ	0	-1	+1	-5,4	-5,4	Контроль		+10,389	+10,389
[pa	+3,150	-0,930	-0,710	+11,348	+12,858	+12,585			
[pb				-3,069	-2,359	-2,359			
[pc				-0,510	-6,596	-5,996			
[pd				1,820	+62,475	+64,158	+64,158		
[pl									

### Схема решений нормальных уравнений в Excel.

Табл.19

**матрица**

3,150	-0,930	-0,710
-0,930	2,150	-0,510
-0,710	-0,510	1,820

**корни**

-2,685
0,940
2,840

**l**

-11,348
3,069
6,596

**обратная матрица**

0,446827	0,251333	0,24474
0,251333	0,639605	0,277278

**l**

-11,348
3,069

**корни**

-2,685
0,940

0,24474

0,277278

0,722625

6,596

2,840

Подставим значения  $\delta x_1, \delta x_2$  и  $\delta x_3$  в суммарное уравнение:  
 $1,150(-2,684) + 0,710 \cdot 0,941 + 0,600 \cdot 2,840 + 1,683 = +0,003$ .

Вычислим поправки (табл. 17).

Вычислим уравненные значения измерений (табл. 17) и отметок узловых пунктов:

$$\bar{Y}_1 = \bar{X}_1 - H_A = 533.8414 - 540.1150 = -6.2736 \text{ м};$$

$$\bar{Y}_2 = \bar{X}_1 - H_A = 543.1902 - 540.1150 = +3.0752 \text{ м};$$

$$\bar{Y}_3 = \bar{X}_1 - \bar{X}_2 = 543.1902 - 533.8414 = +9.3488 \text{ м};$$

$$\bar{Y}_4 = \bar{X}_3 - X_2 = 539.4884 - 533.8414 = +5.6470 \text{ м};$$

$$\bar{Y}_5 = \bar{X}_3 - X_1 = 539.4884 - 543.1902 = -3.7018 \text{ м};$$

$$\bar{Y}_6 = H_B - \bar{X}_1 = 545.6370 - 543.1092 = +2.4468 \text{ м};$$

$$\bar{Y}_7 = H_B - \bar{X}_3 = 545.6370 - 539.4884 = +6.1486 \text{ м};$$

### Оценка точности

Средняя квадратическая погрешность единицы веса:

$$\mu = \sqrt{\frac{10,389}{4}} = 1,61 \text{ см}$$

Средняя квадратическая погрешность 1 км хода

$$m_{\text{км}} = \mu / \sqrt{C} = 1,61 / 5,9 = 0,66 \text{ см}, \quad (C=5,9 - \text{средняя длина хода})$$

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5

### ВЫЧИСЛЕНИЕ ДЛИН ДУГ МЕРИДИАНОВ И ПАРАЛЛЕЛЕЙ И ПЛОЩАДИ ГЕОГРАФИЧЕСКОЙ ТРАПЕЦИИ ЭЛЛИПСОИДА

*Цель работы:* вычислить размеры рамок и площади географической трапеции для карты масштаба 1:100000 международной разграфки.

#### Задание:

Каждый студент получает значение номенклатуры листа карты масштаба 1:100 000. На схематическом чертеже строится соответствующий лист карты масштаба 1:1 000 000, на котором наносятся листы карты масштаба 1:100 000. Далее соответствующим образом помечается лист карты с заданной номенклатурой. После этого строится схематический чертеж листа карты масштаба 1:100 000 с указанием географических координат углов рамок трапеции. Эти величины являются исходными для проведения дальнейших вычислений. Все приведенные в работе формулы отнесены к эллипсоиду Красовского. Варианты для самостоятельного решения приведены в таблице 23.

#### ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

##### 1. Вычисление длин северной и южной рамок

Длина отрезка дуги параллели для эллипсоида вращения может быть вычислена по формуле

$$S_{нар} = \int_{L_1}^{L_2} N_i \cos B_i dL = \frac{(L_2 - L_1)^n}{\rho^n} N_i \cos B_i$$

Где  $N_i = a \frac{1 - 0,25e^2 \sin^2 B}{1 - 0,75e^2 \sin^2 B}$  радиус нормального сечения эллипсоида в плоскости первого вертикала в точке с широтой  $B_i$ .

Для вычисления длин северной и южной рамок трапеции принимаются соответственно широты  $B_i$ , полученные по номенклатуре трапеции. Разность долгот соответствует размеру рамки трапеции.

##### 2. Вычисление длин западной и восточной рамок

Длина отрезка дуги меридиана может быть вычислена по формуле

$$S_{мер} = \int_{B_1}^{B_2} M dB = \frac{(B_2 - B_1)^n}{6\rho^n} (M_1 + 4M_{ср} + M_2),$$

где  $M = \frac{a(1-e^2)}{W^3} = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2 \sin^2 B_i)^{3/2}}$  радиус кривизны меридиана в точке с широтой  $B$ .

### 3. Вычисление площади трапеции

Элемент площади сфероидической трапеции  $dP$  равен произведению дифференциалов координатных линий  $dS_{мер}$  и  $dS_{нап}$ , т.е.

$$dP = \frac{a(1-e^2)}{W^3} dB \frac{a}{W} dL = \frac{a^2(1-e^2)}{W^4} dB dL = \frac{b^2}{(1-e^2 \sin^2 B)^2} dB dL$$

Тогда площадь трапеции будет равна

$$P = b^2 \int_{L_1}^{L_2} \int_{B_1}^{B_2} (1 - e^2 \sin^2 B)^{-2} \cos B dB dL$$

$$= b^2 (L_2 - L_1) \int_{B_1}^{B_2} (1 - e^2 \sin^2 B)^{-2} \cos B dB$$

Применяя метод разложения подынтегральной функции в степенной ряд, после преобразования для эллипсоида Красовского получаем:

$$P = [b^2(L_2 - L_1)(\sin B_2 - \sin B_1) + \frac{2}{3}e^2(\sin^3 B_2 - \sin^3 B_1) + \frac{3}{5}e^4(\sin^5 B_2 - \sin^5 B_1)]$$

Для вычислений следует принять, что  $e^2 = 0,006693\ 421\ 623$ ,  $\rho'' = 206265,81$  и  $b = 6356863,019$  м.

#### Пример вычисления

Для трапеции масштаба 1:100000 N-37-21 необходимо вычислить на эллипсоиде Красовского длины рамок и площадь.

Заданная трапеция расположена на трапеции масштаба 1:1 000 000 N-37 (рис.15).

N-37

	36°00'												42°00'		
			40°00'    40°30'												
52°00'	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	52°00'		
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24			
	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36			
	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48			
	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60			
	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72			
	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84			
	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96			
	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108			
	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120			
	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132			
48°00'	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	48°00'		
			36°00'    40°00'    40°30'												
			42°00'												

Рис.15. Трапеция масштаба 1:100000 N-37-21

Определив положение искомой трапеции на листе карты масштаба 1:100 000, вычерчивают схематический чертеж листа карты масштаба 1:100 000 с указанием координат углов ее рамки (рис.16).

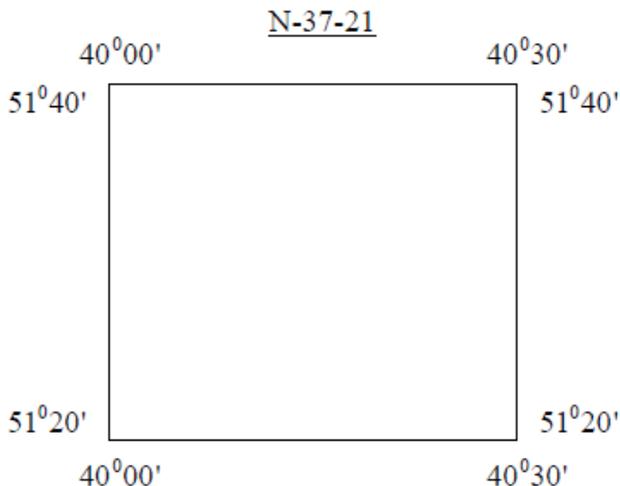


Рис. 16. Схематический чертеж листа карты

Далее приступают к вычислениям. Все вычисления выполняют в соответствующих таблицах 20,21,22.

Вычисление длин северной и южной сторон рамки трапеции выполняют в табл.20.

Табл.20

Обозначение величин	Значения величин	
	Северная рамка	Южная рамка
$B$	$51^{\circ}40'$	$51^{\circ}20'$
$\sin B$	0,784416	0,780734
$\sin^2 B$	0,615308	0,609546
$N_i = a \frac{1-0,25e^2 \sin^2 B}{1-0,75e^2 \sin^2 B}$	3930157,35	3893242,82
$L_1$	$40^{\circ}00'$	$40^{\circ}00'$
$L_2$	$40^{\circ}30'$	$40^{\circ}30'$

$\Delta L = L_2 - L_1$	30'	30'
$\Delta L$	1800	1800
$\cos B$	0,620236	0,624863
$S_{напi} = \frac{\Delta L}{\rho''} N_i \cos B_i$	21272,17	21229,59
<b>Контроль:</b>		
$Y_1 = \frac{1800}{\rho''} N \cos B$	21272,17	21229,59
$Y_2 = \frac{L'' + 1800''}{\rho''} N \cos B$	42544,34	42459,17
$S_{II} = Y_2 - Y_1$	21272,17	21229,59

Вычисление длин западной и восточной сторон рамки трапеции производится в таблице 21.

Табл.21

Обозначение величин	Числовые
$B_1$	51°20'
$B_2$	51°40'
$B_{cp}$	51°30'
$\sin B_1$	0,780794
$\sin B_2$	0,784416
$\sin^2 B_1$	0,609639
$\sin^2 B_2$	0,615308
$\sin B_{cp}$	0,782608
$\sin^2 B_{cp}$	0,612476
$M_1 = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2 \sin^2 B_1)^{3/2}} = a(1-e^2) \frac{1+0,25e^2 \sin^2 B_1}{1-1,25e^2 \sin^2 B_1}$	6374530,56
$M_2 = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2 \sin^2 B_2)^{3/2}} = a(1-e^2) \frac{1+0,25e^2 \sin^2 B_2}{1-1,25e^2 \sin^2 B_2}$	6374894,86
$M_{cp} = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2 \sin^2 B_m)^{3/2}} = a(1-e^2) \frac{1+0,25e^2 \sin^2 B_{cp}}{1-1,25e^2 \sin^2 B_{cp}}$	6374712,83
$\Delta B = B_2 - B_1$	20'
$\Delta B''$	1200
$S_{мер} = \frac{\Delta B''}{\rho'} (M_1 + 4M_{cp} + M_2)$	37086,58
<b>Контроль:</b>	
$B'_{cp} = \frac{B_2 + B_1}{2}$	51,583333
$\sin B'_{cp}$	0,7835127
$\sin^2 B'_{cp}$	0,6138922
$B''_{cp} = \frac{B_{cp} + B_1}{2}$	51,416667
$\sin B''_{cp}$	0,7817019
$\sin^2 B''_{cp}$	0,6110579



Продолжение табл.21

$M'_{\text{cp}} =$	6374803,88
$M''_{\text{cp}} =$	6374621,72
$X_1 = \frac{(B_{\text{cp}} - B_1)^2}{6\rho''} (M_{\text{cp}} + 4M'_{\text{cp}} + M_1)$	18542,93
$X_2 = \frac{(B_2 - B_{\text{cp}})^2}{6\rho''} (M_2 + 4M'_{\text{cp}} + M_{\text{cp}})$	18543,46
$S_M = X_1 + X_2$	37086,40

Табл.22

Обозначение величин	Числовые
$b^2, \text{км}^2$	6356863,019
$e^2$	0,0066693421623
$B_1$	51°20'
$B_2$	51°40'
$\sin B_1$	0,78079403
$\sin B_2$	0,78441566
$\sin^3 B_1$	0,476003
$\sin^3 B_2$	0,482657
$\sin^5 B_1$	0,290190
$\sin^5 B_2$	0,296983
$A = (\sin B_2 - \sin B_1) + \frac{2}{3}e^2 (\sin^3 B_2 - \sin^3 B_1) + \frac{8}{5}e^4 (\sin^5 B_2 - \sin^5 B_1)$	0,003652
$P = b^2 (\Delta L'' / \rho'') A$	1287,6684 км <sup>2</sup>

Табл.23

<b>№</b>	<b>Номенклатура</b>	<b>№№</b>	<b>Номенклатура</b>	<b>№№</b>	<b>Номенклатура</b>
1	A-31-31	18	Q-51-100	35	A-51-101
2	B-32-32	19	P-50-99	36	B-50-102
3	C-33-33	20	O-49-98	37	C-49-103
4	D-34-34	21	N-48-97	38	D-48-104
5	E-35-35	22	M-47-96	39	E-47-105
6	F-36-36	23	L-46-95	40	F-46-106
7	G-37-37	24	K-45-94	41	G-45-107
8	H-38-38	25	J-44-93	42	H-44-108
9	I-39-39	26	I-43-92	43	I-43-109
10	J-40-40	27	H-42-91	44	J-42-110
11	K-41-41	28	G-41-90	45	K-40-111
12	L-42-42	29	F-40-89	46	L-39-112
13	M-43-43	30	E-39-88	47	M-38-113
14	N-44-44	31	D-38-87	48	N-37-114
15	O-45-45	32	C-37-86	49	O-36-115
16	P-46-46	33	B-36-85	50	P-35-116
17	Q-47-47	34	A-35-84	51	Q-34-117

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №6

### РЕШЕНИЕ ПРЯМОЙ И ОБРАТНОЙ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

*Цель работы:* научиться решать прямую и обратную геодезические задачи, уметь отличать по исходным данным прямую задачу от обратной.

#### Задание:

Решить прямую геодезическую задачу, используя варианты для самостоятельного решения из табл. 26. Посчитать локальные ошибки для координат и азимута.

Обратную геодезическую задачу необходимо решить, используя геодезические координаты точек  $Q_1$  и  $Q_2$  из предыдущей задачи. После решения необходимо провести сравнение значений расстояния и геодезического азимута, полученного из решения обратной геодезической задачи и заданных значений в прямой геодезической задаче. Результаты сравнения представить в таблице.

### ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

#### 1. Прямая геодезическая задача

Прямая геодезическая задача состоит в том, что по известным геодезическим координатам  $B_1, L_1$  начальной точки, прямому азимуту  $A_{12}$  и расстоянию  $S$  между точками  $Q_1, Q_2$  необходимо найти координаты конечной точки  $B_2, L_2$  и обратный азимут  $A_{21}$ .

Существует целый ряд методов решения поставленной задачи в зависимости от расстояния между точками и требуемой точностью передачи координат. Здесь рассматривается метод вычисления приращений координат  $\Delta B, \Delta L$  и  $\Delta A$ , основанный на численном решении соответствующих дифференциальных уравнений. Этот метод известен в литературе как метод Рунге–Кутты–Ингленда. Формулы имеют вид:

$$B_2 = B_1 + \frac{1}{6} (\Delta B_1 + 4\Delta B_2 + \Delta B_4); L_2 = L_1 + \frac{1}{6} (\Delta L_1 + 4\Delta L_2 + \Delta L_4);$$

$$A_2 = A_1 + \frac{1}{6} (\Delta A_1 + 4\Delta A_2 + \Delta A_4);$$

$$\text{где } \Delta B_i = S_0 V_i^2 \cos \alpha_i; \Delta L_i = S_0 V_i \frac{\sin \alpha_i}{\cos \varphi_i}; \Delta A_i = \Delta L_i \sin \varphi_i;$$

$$V_i = \frac{1+0,6\gamma_i}{1+0,2\gamma_i}; \gamma_i = \beta \cos^2 \varphi_i; S_0 = \frac{S}{c} \rho'' = 0,0322304 S.$$

Для эллипсоида Красовского  $\beta = 0,00842316$ .

Значения  $\alpha_i$  и  $\varphi_i$  в методе Рунге–Кутты–Ингленда при  $i=1\dots 6$  вычисляют в соответствии со следующими соотношениями (табл. 24):

Табл. 24

$i$	$a_i$	$\phi_i$
1	$A_1$	$B_1$
2	$A_1 + 0,5\Delta A_1$	$B_1 + 0,5\Delta B_1$
3	$A_1 + 0,25(\Delta A_1 + \Delta A_2)$	$B_1 + 0,25(\Delta B_1 + \Delta B_2)$
4	$A_1 - \Delta A_2 + 2\Delta A$	$B_1 - B_2 + 2\Delta B_3$
5	$A_1 + 1/27(7\Delta A_1 + 10\Delta A_2 + \Delta A_3)$	$B_1 + 1/27(7\Delta B_1 + 10\Delta B_2 + \Delta B_3)$
6	$A_1 + 1/265(28\Delta A - 125\Delta A_2)$	$B_1 + 1/265(28\Delta B_1 - 125\Delta B_2)$

Локальные ошибки для координат и азимута вычисляются по формулам:

$$M_{\Delta B} = \frac{1}{336} (-42\Delta B_1 - 224\Delta B_3 - 21\Delta B_4 + 162\Delta B_5 + 125\Delta B_6);$$

$$M_{\Delta L} = \frac{1}{336} (-42\Delta B L_1 - 224\Delta L_3 - 21\Delta L_4 + 162\Delta L_5 + 125\Delta L_6);$$

$$M_{\Delta A} = \frac{1}{336} (-42\Delta A_1 - 224\Delta A_3 - 21\Delta A_4 + 162\Delta A_5 + 125\Delta A_6);$$

### СОДЕРЖАНИЕ И ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

*Исходные данные:*

$$B_1 = 50^\circ 07' 40'', 97;$$

$$A_{12} = 3^\circ 29' 45'', 83;$$

$$L_1 = 23^\circ 45' 13'', 43;$$

$$S = 281260,08.$$

#### *Вычисления*

$$\Delta B = \frac{1}{6} (9085'', 87 + 4 \times 9082'', 95 + 9079'', 96) = 9082'', 94 = 2^\circ 31' 22'', 94$$

$$\Delta L = \frac{1}{6} (863'', 48 + 4 \times 911'', 19 + 963'', 91) = 912'', 02 = 0^\circ 15' 12'', 02$$

$$\Delta A = \frac{1}{6} (662,70 + 4 \times 712'', 02 + 766'', 27) = 712'', 84 = 0^\circ 11' 52'', 84$$

$$B_2 = B_1 + \Delta B = 50^\circ 07' 40,97 + 2^\circ 31' 22,94 = 52^\circ 39' 03'', 91$$

$$L_2 = L_1 + \Delta L = 23^\circ 45' 13,43 + 0^\circ 15' 12,02 = 24^\circ 00' 25'', 45$$

$$A_{21} = A_{12} + \Delta A \pm 180^\circ = 3^\circ 29' 45,83 + 0^\circ 11' 52,84 = 183^\circ 41' 38'', 67$$

$$M_{\Delta B} = 1/336 (-381606'' - 2034580'' - 190679'' + 1471279'' + 1135591'') = 4'',4/336=0'',013$$

$$M_{\Delta L} = 1/336 (-36266'' - 204106'' - 20242'' + 150342'' + 110251'') = -21''/336 = -0'',063$$

$$M_{\Delta A} = 1/336 (-27833'' - 159492'' - 16092'' + 118164'' + 85235'') = -18''/336 = -0'',054$$

Все промежуточные вычисления приведены в таблице 25

Табл.25

Формулы	<i>i</i>					
	1	2	3	4	5	6
$S\theta$	9065,125	9065,125	9065,125	9065,125	9065,125	9065,125
$\alpha_i$	3°29'45",83	3°35'17",18	3°35'29",34	3°41'38",52	3°37'27",47	3°32'00",33
$\varphi_i$	500740,97	512323,91	512323,18	523903,89	514837,04	03758,02
$\cos \varphi_i$	0,9981390	0,9980398	0,9980362	9,9979926	0,9980001	0,9980992
$\sin \varphi_i$	0,0609800	0,0625833	0,0626421	0,0642283	0,0632137	00616308
$\cos \varphi_i$	0,6410740	0,6240162	0,6240191	0,6066674	0,6182672	0,6342883
$\sin \varphi_i$	0,7674791	0,7814114	0,7814091	0,7949558	0,7859679	0,7730966
$\cos^2 \varphi_i$	0,4109759	03893062	0,3893998	0,03680453	0,3823543	0,4023216
$\gamma_i$	0,003461	0,0032719	0,0032800	0,0031001	0,0032198	0,0033888
$1 + 0,6i$	1,002077	1,001968	1,001968	1,001860	1,001931	1,002033
$1 + 0,2i$	1,000692	1,000656	1,000656	1,000620	1,000644	1,000677
$V_i$	1,001384	1,001311	1,001311	1,001239	1,001287	1,001355
$V^3_i$	1,004157	1,003938	1,003938	1,003721	1,003866	1,004071
$\frac{\sin \alpha_i}{\cos \varphi_i}$	00951216	0,1002911	0,1003849	0,1062003	0,1022433	1,0971653
$\Delta B_i''$	9085",87	9082",98	9082",95	9079",96	9081",97	9084",73
$B_i^0$	2°31'25",87	2°31'22",98	2°31'22",95	2°31'19",96	2°31'21",97	2°31'24",73
$\Delta L_i''$	863",48	910",34	911",19	963",91	928",04	882",01
$L_i^0$	0°14'23",48	0°15'10",34	0°15'11",19	0°16'03",91	0°15'28",04	0°14'42",01

$\Delta A_i''$	662",70	711",35	712",02	766",27	729",41	681",88
$\Delta A_i^{\circ}$	0°11'02",70	0°52'35	0°11'52",02	0°12'46",27	0°12'09",41	0°11'21",88

Табл.26

<i>№№</i>	<i>B</i>	<i>L</i>	<i>S, A</i>
1	51°51'59",6644	80°19'15",4352	$A_{ij} = 162^{\circ}07'17",522$ $S_{ij} = 35128,077$
2	7644	2016,4352	
3	8644	2117,4352	
4	9644	2218,4352	
5	5200,0644	2319,4352	
6	1644	2420,4352	
7	2644	2521,4352	
8	3644	2622,4352	
9	4644	2723,4352	
10	5644	2824,4352	
11	6644	2925,4352	
12	7644	3026,4352	
13	8644	3127,4352	
14	9644	3228,4352	
15	5201,0644	3329,4352	
16	1644	3430,4352	
17	2644	3531,4352	
18	3644	3632,4352	
19	4644	3733,4352	
20	5644	3834,4352	
21	6644	3935,4352	
22	7644	4036,4352	
23	8644	4137,4352	
24	9644	4238,4352	
25	5202,0644	4339,4352	
26	1644	4440,4352	
27	2644	4541,4352	
28	3644	4641,4352	
29	4644	4743,4352	
30	5644	4844,4352	
31	6644	4945,4352	
32	7644	5046,4352	
33	8644	5147,4352	
34	9644	5248,4352	

35	5203,0644	5349,4352	
36	1644	5450,4352	
37	2644	5551,4352	

Продолжение табл.26

38	3644	5652,4352	
39	4644	5753,4352	
40	5644	5854,4352	
41	6644	5955,4352	
42	7644	810056,4352	
43	8644	0157,4352	
44	9644	0258,4352	
45	5204,0644	0359,4352	
46	1644	0500,4352	
47	2644	0601,4352	
48	3644	0702,4352	

## 2. Обратная геодезическая задача

### ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Обратная геодезическая задача предполагает вычисление по заданным геодезическим координатам  $B_1, L_1$  и  $B_2, L_2$  точек  $Q_1$  и  $Q_2$  вычислить расстояние  $S$  между ними, а также прямой  $A_{12}$  и обратный  $A_{21}$  геодезические азимуты. Решение задачи осуществляется по формулам со средними аргументами (способ Гаусса).

В этом способе предварительно вычисляют вспомогательные величины:

$$S \sin A_m = D(a_1 \bar{l} + a_2 \overline{\Delta B^2 l} + a_3 \bar{l}^3) = D \Sigma_1$$

$$S \cos A_m = D(a_4 \overline{\Delta B} + a_5 \overline{\Delta B l^2} + a_6 \overline{\Delta B^3}) = D \Sigma_2$$

$$\Delta A = \sin B_m (a_7 \bar{l} + a_8 \overline{\Delta B^2 l} + a_9 \bar{l}^3) = \sin B_m \Sigma_3$$

$$\text{где } m = 593,602160 \quad n = 197,867385 \quad \bar{l} = (L_2 - L_1)'' \times 10^{-4};$$

$$\overline{\Delta B} = (B_2 - B_1)'' \times 10^{-4}; \quad D = \frac{m + \cos^2 B_m}{n + \cos^2 B_m};$$

$$a_1 = 103422,05 \cos B_m$$

$$a_2 = 9,5144 \cos B_m + 0,5525 \cos^3 B_m - 0,0078 \cos^5 B_m$$

$$a_3 = -10,1287 \cos B_m + 10,1287 \cos^3 B_m$$

$$a_4 = 103422,05 - 696,9116 \cos^2 B_m + 4,6954 \cos^4 B_m - 0,0310 \cos^6 B_m$$

$$a_5 = -30,3860 + 10,3334 \cos^2 B_m - 0,2061 \cos^4 B_m + 0,0014 \cos^6 \cos^6 B_m$$

$$a_6 = -0,2048 + 0,4192 \cos^2 B_m - 0,0124 \cos^4 B_m$$

$$a_7 = 10^4$$

$$a_8 = 2,9381 + 0,0132 \cos^2 B_m$$

$$a_9 = 1,9587 \cos^2 B_m + 0,0132 \cos^4 B$$

Искомое решение обратной геодезической задачи получают по формулам:

$$A_m = \arctg \frac{\Sigma_1}{\Sigma_2}; S_1 = \frac{D\Sigma_1}{\sin A_m}; S_2 = \frac{D\Sigma_2}{\cos A_m}; S_{cp} = \frac{S_1 + S_2}{2};$$

$$A_{12} = A_m - \frac{1}{2}\Delta A; A_{21} = \pm 180^\circ + \frac{1}{2}\Delta A$$

### ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ И ХОД ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Исходные данные приведены в таблице 27.

Табл.27

Номера точек	<i>B</i>	<i>L</i>
1	50°07'40",97	23°45'13",43
2	52°39'03",91	24°00'25",46

Последовательное решение задачи производится в табл.28

Табл.28

Формулы	Результаты вычислений	Формулы	Результаты вычислений
<i>B</i>	50°07'40",97	<i>a</i> <sub>7</sub>	10000,000
<i>B</i> <sub>2</sub>	523903,91	<i>a</i> <sub>8</sub>	2,943
$\Delta B$	+23122,94	<i>a</i> <sub>9</sub>	0,765
$\Delta B''$	+9082,94	<i>D</i>	2,99607176
<i>B</i> <sub><i>m</i></sub>	512322,44	<i>a</i> <sub>1</sub> $\bar{l}$	5886,0249
<i>L</i>	234513,43	<i>a</i> <sub>2</sub> $\overline{\Delta B^2}l$	0,4565
<i>L</i> <sub>2</sub>	240025,46	<i>a</i> <sub>3</sub> $\bar{l}^3$	-0,0031
<i>L</i>	+01512,03	$\Sigma_1$	5886,4783
<i>l''</i>	+912,03	<i>a</i> <sub>4</sub> $\overline{\Delta B}$	93691,7795
$\overline{\Delta B}$	0,908294	<i>a</i> <sub>5</sub> $\overline{\Delta B}l^2$	-0,2006
$\bar{l}$	0,091203	<i>a</i> <sub>6</sub> $\overline{\Delta B^3}$	-0,0322
$\overline{\Delta B^2}$	0,8250	$\Sigma_2$	+93691,5467

$\bar{l}^2$	0,0083	$a_7 l$	912,0300
$\overline{\Delta B^2 l}$	0,0752	$a_8 \overline{\Delta B^2 l}$	0,2213

Продолжение табл.28

$\overline{\Delta B^2 l}$	0,0076	$a_9 \bar{l}^3$	0,0006
$\overline{\Delta B^3}$	0,7493	$\Sigma_3$	912,2519
$\bar{l}^3$	0,0008	$S \sin A_m = D \Sigma_1$	17636,312
$\cos B_m$	0,62402190	$S \cos A = D \Sigma_2$	280706,597
$\cos^2 B_m$	0,389403	$tg A_m$	0,06282828
$\cos^3 B_m$	0,2430	$A_m$	33542,25
$\cos^4 B_m$	0,1516	$\sin A_m$	0,06270464
$\cos^5 B_m$	0,0946	$\cos A_m$	0,99803213
$\cos^6 B_m$	0,0590	$S_1 = \frac{D \Sigma_1}{\sin A_m}$	281260,08
$\sin B_m$	0,781407	$S_2 = \frac{D \Sigma_2}{\sin A_m}$	281060,08
$a$	64537,624	$S$	281060,08
$a_2$	6,070	$\Delta A''$	+712,82
$a_3$	-3,859	$\Delta A^0$	01152,84
$a_4$	103151,380	$\Delta A / 2$	00556,42
$a_5$	-26,393	$A_{12} = A_m \Delta A / 2$	32945,83
$a_6$	-0,43	$A_{21} = A_m + \Delta A / 2 \pm 180^0$	1834138,67

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №7 ВЫЧИСЛЕНИЕ СТОРОН ТРЕУГОЛЬНИКА ПО ИЗВЕСТНЫМ СФЕРОИДИЧЕСКИМ УГЛАМ

*Цель работы:* ознакомиться с основными понятиями по сферическим и сфероидическим треугольникам, научиться решать треугольники.

### Задание:

Решить треугольник согласно вариантам в таблице 38.

### ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Треугольник, образованный геодезическими линиями на поверхности эллипсоида, называется сфероидическим. Решить такой треугольник – значит определить все его неизвестные элементы по некоторым заданным. Если стороны треугольника не превышают 200 км, то его можно рассматривать как сферический, используя при этом известные формулы сферической тригонометрии. Если стороны треугольника превосходят 200 км, то такой треугольник необходимо рассматривать как сфероидический и сфероидический избыток следует определять по более точным формулам, учитывающих уклонение сфероида от шара.

Пусть заданы широты вершин треугольника  $ABC$ , соответственно равные  $B_A, B_B, B_C$ , угла треугольника на эллипсоиде и длина геодезической линии  $b$ , соединяющая вершины треугольника  $A$  и  $C$ . Требуется вычислить две других стороны треугольника. Углы сфероидического треугольника  $A, B, C$  можно представить в виде:

$$A = A_{сф} + \delta A; \quad B = B_{сф} + \delta B; \quad C = C_{сф} + \delta C,$$

где  $A_{сф}, B_{сф}, C_{сф}$  – сферические углы треугольника,  $\delta A, \delta B, \delta C$  – поправки за сфероидичность треугольника.

Поправки за сфероидичность определяют по формулам

$$\delta A = \frac{\varepsilon}{12} \left( \frac{K_A - K}{K} \right); \quad \delta B = \frac{\varepsilon}{12} \left( \frac{K_B - K}{K} \right); \quad \delta C = \frac{\varepsilon}{12} \left( \frac{K_C - K}{K} \right),$$

где  $K = \frac{1}{R_m^2} = \frac{1}{(MN)_m}$  – гауссова кривизна эллипсоида на средней широте расположения треугольника;  $K_A, K_B, K_C$  – гауссовы кривизны эллипсоида вращения в вершинах рассматриваемого треугольника;  $M, N$  – радиусы кривизны нормального сечения в плоскостях меридиана и первого вертикала (на средней широте расположения треугольника).

Определив поправки за сфероидичность, переходят к сферическим углам треугольника:

$$A = A_{сф} + \delta A; \quad B = B_{сф} + \delta B; \quad C = C_{сф} + \delta C,$$

Далее вычисляют приближенное значение сферического избытка по формуле

$$\varepsilon_{сп} = \frac{\rho^*}{2R_m^2} \frac{b^2 \sin A_{сф} \sin C_{сф}}{\sin B_{сф}}$$

где  $b$  – известная сторона сфероидического треугольника.

После этого вычисляют приближенные значения углов плоского треугольника

$$A_1 = A_{сф} - \varepsilon_{np}/3; \quad B_1 = B_{сф} - \varepsilon_{np}/3; \quad C_1 = C_{сф} - \varepsilon_{np}/3;$$

По теореме синусов определяют приближенные значения исходных сторон, решая треугольник как плоский:

$$a = \frac{b \sin A_1}{\sin B_1} \quad c = \frac{b \sin C_1}{\sin B_1}$$

По приближенным значениям сторон треугольника можно вычислить значение сферического избытка

$$\frac{tg^2 \varepsilon}{4} = tg \left( \frac{p}{2} \right) tg[(p-a)/2] tg[(p-b)/2] tg[(p-c)/2]$$

где  $p = (a+b+c)/2$ ;  $a, b, c$  – стороны треугольника, выраженные в градусной мере.

Для получения точных значений плоских углов треугольника вычисленный сферический избыток распределяется в соответствии с соотношениями:

$$A_1 = A_{сф} - \varepsilon/3 - \Delta_A; \quad B_1 = B_{сф} - \varepsilon/3 - \Delta_B; \quad C_1 = C_{сф} - \varepsilon/3 - \Delta_C;$$

$$\text{где } m^2 = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{3}; \quad \Delta_A = \frac{\varepsilon m^2 - a^2}{60 R_m^2}; \quad \Delta_B = \frac{\varepsilon m^2 - b^2}{60 R_m^2}; \quad \Delta_C = \frac{\varepsilon m^2 - c^2}{60 R_m^2}$$

Для контроля вычисляют сферические углы треугольника по формулам полупериметра:

$$tg^2 \left( \frac{A_{сф}}{2} \right) = \frac{\sin(p-b) \sin(p-c)}{\sin p \sin(p-a)};$$

$$tg^2 \left( \frac{B_{сф}}{2} \right) = \frac{\sin(p-a) \sin(p-c)}{\sin p \sin(p-b)};$$

$$tg^2 \left( \frac{C_{сф}}{2} \right) = \frac{\sin(p-a) \sin(p-b)}{\sin p \sin(p-a)}.$$

**Дополнительные формулы:**

$a$  – большая полуось эллипсоида (6378245 м)

$M_i = a \cdot (1 - e^2) \cdot \frac{1 + 0,25e^2 \sin^2 B_i}{1 - 1,25e^2 \sin^2 B_i}$  – радиус кривизны меридиана для

средней широты

$N_i = a \cdot \frac{1 - 0,25e^2 \sin^2 B_i}{1 - 0,75e^2 \sin^2 B_i}$  – радиус кривизны первого вертикала

$R_m = \sqrt{MN}$  – средний радиус кривизны эллипсоида для средней широты

$$f = \frac{\rho^3}{2R^2 m} \quad D_{II} = \frac{a}{\sin A_1} = \frac{b}{\sin B_1} = \frac{c}{\sin C_1}$$

$K_i = \frac{1}{R^2 i} = \frac{1}{M_i N_i}$  – гауссова кривизна эллипсоида на средних

широтах

$k = \frac{1}{6R^2 i} = \frac{1}{6M_i N_i}$  – средний радиус кривизны эллипсоида в

районе расположения треугольника

## СОДЕРЖАНИЕ И ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Исходные данные приведены в таблице

Табл.29

Точки	Значение углов	Широты точек	Расстояния, м
A	30°03'56",842	52°00'00"	
B	900356,391	564342	804666,593
C	600356,966	540000	

Вычисление поправок в углах за сфероидичность  
треугольника(табл.30).

Табл.30

Формулы	Результаты вычислений	Формулы	Результаты вычислений
A	6378245	$1 - 1,25e^2 \sin^2 B$	0,99452
$a(1 - e^2)$	6335553	$1 - 1,25e^2 \sin^2 B_m$	0,99449
$B_A$	52°00'00"	$M_A$	6375293
$B_B$	564342	$M_B$	6380290
$B_C$	540000	$M_C$	6377406
$B_m$	541436	$M_m$	6377662
$0,25e^2$	0,00167	$0,75e^2$	0,00502
$1,25e^2$	0,00837	$0,75e^2 \sin^2 B_A$	0,00312
$\sin B_A$	0,78801	$0,75e^2 \sin^2 B$	0,00351
$\sin B_B$	0,83608	$0,75e^2 \sin^2 B_C$	0,00329
$\sin B_C$	0,80902	$0,75e^2 \sin^2 B_m$	0,00331
$\sin B_m$	0,81151	$1 - 0,25e^2 \sin^2 B_A$	0,99896
$\sin^2 B_A$	0,62096	$1 - 0,25e^2 \sin^2 B_B$	0,99883
$\sin^2 B_B$	0,69903	$1 - 0,25e^2 \sin^2 B_C$	0,99891
$\sin^2 B_C$	0,65451	$1 - 0,25e^2 \sin^2 B_m$	0,99890
$\sin^2 B_m$	0,65855	$1 - 0,75e^2 \sin^2 B_A$	0,99688

$0,25e^2 \sin^2 B_A$	0,00104	$1 - 0,75e^2 \sin^2 B_B$	0,99649
----------------------	---------	--------------------------	---------

Продолжение табл. 30

$0,25e^2 \sin^2 B_B$	0,00117	$1 - 0,75e^2 \sin^2 B_C$	0,99671
$0,25e^2 \sin^2 B_C$	0,00109	$1 - 0,75e^2 \sin^2 B_m$	0,99669
$0,25e^2 \sin^2 B_m$	0,00110	$N_A$	6391553
$1,25e^2 \sin^2 B_A$	0,00520	$N_B$	6393222
$1,25e^2 \sin^2 B_B$	0,00585	$N_C$	6392323
$1,25e^2 \sin^2 B_C$	0,00548	$N_m$	6392387
$1,25e^2 \sin^2 B_m$	0,00551	$e/12$	59,074''
$1 + 0,25e^2 \sin^2 B_A$	1,00104	$(K_A - K) / K$	0,00050
$1 + 0,25e^2 \sin^2 B_B$	1,00117	$(K_B - K) / K$	-0,00054
$1 + 0,25e^2 \sin^2 B_C$	1,00109	$(K_C - K) / K$	0,00005
$1 + 0,25e^2 \sin^2 B_m$	1,00110	$\delta A$	0,030''
$1 + 1,25e^2 \sin^2 B_A$	0,99480	$\delta B$	-0,032
$1 - 1,25e^2 \sin^2 B_B$	0,99415	$\delta C$	0,003

Вычисление сферических углов (табл.31).

Табл.31

$A_{c\phi} = A - \delta A$	30°03'56",812
$B_{c\phi} = B - \delta B$	900356,423
$C_{c\phi} = C - \delta C$	600356,963

Вычисление приближенного значения сферического избытка  
(табл.32)

Табл.32

Формулы	Результаты вычислений	Формулы	Результаты вычислений
$F$	0,002530	$\sin A$	0,50099395
$b^2, км^2$	647488,320	$\sin B$	0,99999934
		$\sin C$	0,86659924
$\epsilon''$	711'',212	$\epsilon^0$	11'51'',212

Вычисление приближенных значений сторон треугольника(табл.33)

Табл.33

Вершины	Углы сферич. треуг-ка	Поправки из уравнения $-w/3$	$-\epsilon / 3$	Углы плоского треуг-ка	Синусы углов	Стороны, м
$A$	90°03'56",423	0,338	-3'57",071	89°59'59",690	1,00000000	804666,593
$B$	300356,812	0,338	-357,070	300000,080	0,50000034	402333,560
$C$	600356,963	0,338	-357,071	600000,230	0,86602596	696862,150
$\Sigma$	1801150,198	1,014	-1151,512	1800000,000		
$\epsilon$	1151,212					
$w = \Sigma - (\epsilon + 180^0)$	-1,014					

Вычисление точного значения сферического избытка(табл.34)

Табл.34

Формулы	Результаты вычислений	Формулы	Результаты вычислений
$p'' / R_m$	0,032304551	$(p-c)/2$	10839,945
$a\rho'' / R_m$	12997'',205=3°36'37'',205	$tg(p/2)$	0,07468263
$b\rho'' / R_m$	25994,393=7°13'14'',393	$tg(p-a)/2$	0,04306472
$c\rho'' / R_m$	22511,818=6°15'11'',818	$tg(p-b)/2$	0,01153257
$2p$	17°05'03'',416	$tg(p-c)/2$	0,01997671

$p$	83231,708	$\text{tg}^2(\varepsilon / 4)$	0,00086078
-----	-----------	--------------------------------	------------

Продолжение табл.34

$p / 2$	41615,854	$\varepsilon / 4$	$0^{\circ}02'57'',550$
$(p - a) / 2$	22757,252	$\varepsilon / 0$	01150200
$(p - b) / 2$	$0^{\circ}39'38'',658$	$\varepsilon$ рад	

Вычисление поправок  $\Delta$ (табл.35)

Табл.35

Формулы	Результаты вычислений	Формулы	Результаты вычислений
$a^2$	161871,84	$2c^2$	971233,28
$b^2$	647787,37	$a^2 + c^2$	647488,48
$c^2$	485616,64	$2b^2$	1295574,70
$(MN)_m$	40768318,64	$\varepsilon / 60$	$11'',8366$
$3(MN)_m$	123304950,0	$\Delta_A$	$+0'',078$
$b^2 + c^2$	1133404,0	$\Delta_B$	$-0,063$
$2a^2$	323743,68	$\Delta_C$	$-0,016$
$b^2 + a^2$	809659,21		

Вычисление плоских углов треугольника

$$A_1 = A_{сф} \cdot \varepsilon / 3 - \Delta_A = 30^{\circ}03'56'',812 - 3'56'',733 - 0'',078 = 30^{\circ}00'00'',001$$

$$B_1 = B_{сф} \cdot \varepsilon / 3 - \Delta_B = 90^{\circ}03'56'',423 - 3'56'',733 - 0'',063 = 89^{\circ}59'59'',753$$

$$C_1 = C_{сф} \cdot \varepsilon / 3 - \Delta_C = 60^{\circ}03'56'',953 - 3'56'',733 - 0'',016 = 60^{\circ}00'00'',246$$

Точное решение треугольников в таблице 36

Табл.36

Вершины	Углы плоского треугольника	Синусы	Стороны
$B$	$89^{\circ}59'59'',753$	1,00000000	804666,593
$A$	30000,000	0,50000000	402333,298

$C$	600000,246	0,86602600	696862,182
$\Sigma$	1800000,000		

Контрольные вычисления (вычисление сферических углов) представлено в таблице 37.

Табл.37

Формулы	Результаты вычислений	Формулы	Результаты вычислений	Формулы	Результаты вычислений
$\rho''/R_m$	0,032304551	$\sin(p - a)$	0,08597003	$tg^2(B/2)$	1,00229510
$a \rho''/R_m$	12997",205=3°36'37",205	$\sin(p - b)$	0,02306205	$tg(B/2)$	1,00114690
$b \rho''/R_m$	25994,393=7°13'14",393	$\sin(p - c)$	0,03993746	$B/2$	45°01'58",215
$c \rho''/R_m$	22511,818=6°15'11",818	$\sin p$	0,14853677	$B_{сф}$	90°03'56",430
$2p$	17°05'03",416	$tg^2(A/2)$	0,07212690	$tg^2(C/2)$	0,33421855
$p$	83231,708	$tg(A/2)$	0,26856452	$tg(C/2)$	0,57811638
$p - a$	45554,508	$A/2$	15°01'58",399	$C/2$	30°01'58",477
$p - b$	11917,312	$A_{сф}$	30°03'56",798	$C_{сф}$	60°03'56",954
$p - c$	21719,884				

## Варианты для самостоятельного решения

Табл.38

№	Углы сферодические			Широты точек			Расстояние <i>b</i>
	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	
1	77°52'28",641	36°23'23",350	65°46'55",341	59°50'08",341	57°48'47",602	58°11'35",500	210227,583
2	29",641	22",350	55",241	58°40'08",341	563847,602	570135,500	210327,583
3	30",641	21",350	55",141	57°30'08",341	552847,602	555135,500	210427,583
4	31",641	20",350	55",041	56°20'08",341	541847,602	544135,500	210527,583
5	32",641	19",350	54",941	55°10'08",341	530847,602	533135,500	210627,583
6	33",641	18",350	54",841	54°00'08",341	515847,602	522135,500	210727,583
7	34",641	17",350	54",741	53°50'08",341	514847,602	511135,500	210827,583
8	35",641	16",350	54",641	52°40'08",341	503847,602	510135,500	210927,583
9	36",641	15",350	54",541	51°30'08",341	492847,602	495135,500	211027,583
10	37",641	14",350	54",441	50°20'08",341	481847,602	484135,500	211127,583
11	38",641	13",350	54",341	58°40'08",341	564847,602	571135,500	211227,583
12	39",641	12",350	54",241	57°30'08",341	552847,602	560135,500	211327,583
13	40",641	11",350	54",141	56°20'08",341	541847,602	544135,500	211427,583
14	41",641	10",350	54",041	55°10'08",341	530847,602	533135,500	211527,583
15	42",641	09",350	53",941	54°00'08",341	515847,602	522135,500	211627,583
16	43",641	08",350	53",841	53°50'08",341	514847,602	521135,500	211727,583
17	44",641	07",350	53",741	52°40'08",341	503847,602	510135,500	211827,583
18	45",641	06",350	53",641	51°30'08",341	492847,602	495135,500	211927,583
19	46",641	05",350	53",541	50°20'08",341	481847,602	484135,500	212027,583

20	47",641	04",350	53",441	58°30'08",341	562847,602	565135,500	212127,583
21	48",641	03",350	53",341	57°20'08",341	551847,602	554135,500	212227,583
22	49",641	02",350	53",241	56°10'08",341	540847,602	543135,500	212327,583
23	50",641	01",350	53",141	55°00'08",341	525847,602	532135,500	212427,583
24	51",641	00",350	53",041	54°50'08",341	524847,602	531135,500	212627,583
25	52",641	22'59",350	52",941	53°40'08",341	513847,602	520135,500	212727,583
26	53",641	58",350	52",841	52°30'08",341	502847,602	505135,500	212827,583
27	54",641	57",350	52",741	51°20'08",341	491847,602	494135,500	212927,583
28	55",641	56",350	52",641	50°10'08",341	480847,602	483135,500	213027,583
29	56",641	55",350	52",541	59°00'08",341	565847,602	572135,500	213127,583
30	57",641	54",350	52",441	58°50'08",341	564847,602	571135,500	213227,583
31	58",641	53",350	52",341	57°40'08",341	553847,602	560135,500	213327,583
32	59",641	52",350	52",241	56°30'08",341	542847,602	545135,500	213427,583
33	53'00",641	51",350	52",141	55°20'08",341	531847,602	534135,500	213527,583
34	01",641	50",350	52",041	54°10'08",341	520847,602	523135,500	213627,583
35	02",641	49",350	51",941	53°00'08",341	515847,602	522135,500	213727,583
36	03",641	48",350	51",841	52°50'08",341	504847,602	511135,500	213827,583
37	04",641	47",350	51",741	51°40'08",341	493847,602	500135,500	213927,583
38	05",641	46",350	51",641	50°30'08",341	482847,602	495135,500	214027,583
39	06",641	45",350	51",541	59°20'08",341	571847,602	574135,500	214127,583
40	07",641	44",350	51",441	58°10'08",341	560847,602	563135,500	214227,583
41	08",641	43",350	51",341	57°00'08",341	545847,602	552135,500	214327,583

*Продолжение табл.38*

42	09",641	42",350	51",241	56°50'08",341	544847,602	551135,500	214427,583
43	10",641	41",350	51",141	55°40'08",341	533847,602	540135,500	214527,583
44	11",641	40",350	51",041	54°30'08",341	522847,602	525135,500	214627,583
45	12",641	39",350	50",941	53°20'08",341	511847,602	514135,500	214727,583
46	13",641	38",350	50",841	52°10'08",341	500847,602	503135,500	214827,583
47	14",641	37",350	50",741	51°00'08",341	485847,602	492135,500	214927,583
48	15",641	36",350	50",641	50°50'08",341	484847,602	491135,500	215027,583
49	16",641	35",350	50",541	59°40'08",341	573847,602	580135,500	215127,583
50	17",641	34",350	50",441	58°30'08",341	562847,602	565130,500	215227,583



## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №8 ВЫСОКОТОЧНОЕ НИВЕЛИРОВАНИЕ

*Цель работы:* познакомиться с устройством, поверками высокоточных нивелиров и инварных реек, научиться брать отсчеты по ним, изучить порядок работы на станции, научиться обрабатывать журнал высокоточного нивелирования.

### **Задание:**

1. Изучить назначение, классификацию, точность, порядок работы на станции с нивелиром, последовательность отсчетов и контрольные вычисления, изложенные в «Инструкции по нивелированию I, II, III, IV классов».

2. Обработать журнал нивелирования II класса согласно своему варианту, представленного в таблице 40.

### **ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ**

Перед началом нивелир устанавливают посередине между рейками, его ось приводится в отвесное положение по круглому уровню, визирная ось приводится в горизонтальное положение по цилиндрическому уровню и на шкале микрометра ставится отсчет 50. На нечётных станциях наблюдения начинаются с задней, а на чётных станциях наблюдения начинаются с передней рейки. На первой станции как нечётной последовательность отсчётов следующая:

- (1) – отсчёт по задней рейке основной шкале верхней дальномерной нити;
- (2) – отсчёт по задней рейке основной шкале нижней дальномерной нити;
- (3) – вводится в биссектор ближайший штрих основной шкалы задней рейки и берет отсчет по рейке;
- (4) – отсчёт по шкале микрометра;
- (5) – поворачиваем зрительную трубу на переднюю рейку, если надо, подправляем пузырёк цилиндрического уровня элевационным винтом, ставим на шкале микрометра отсчёт 50 и берём по основной шкале по верхней дальномерной нити;
- (6) – отсчёт по передней рейке основной шкалы нижней дальномерной нити;
- (7) – вводим в биссектор ближайший штрих основной шкалы передней рейки и берём отсчёт по рейке;
- (8) – отсчёт по шкале микрометра;
- (9) – вводим в биссектор ближайший штрих дополнительной шкалы передней рейки и берём отсчёт по ней;
- (10) – отсчёт по шкале микрометра;

(11) – поворачиваем зрительную трубу снова на заднюю рейку, вводим в биссектор ближайший штрих дополнительной шкалы и берём отсчёт по ней;

(12) – отсчёт по шкале микрометра.

Образец записи в журнале нивелирования II класса представлен в таблице 39.

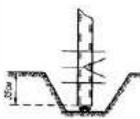
Табл.39

Ход от грунт реп. 6187 до грунт реп. 2003  
Условия работы: грунт—песчаный, бровка до-

2.09.89 г.; начало 7 ч 30 мин; конец 10 ч 00 мин  
Изображение отчетливое, спокойное, облачно

Номера штативов и реек	Зарисовка привязок	Отсчеты по дальнему нитям (1/2 мм)			Отсчеты по биссектору нитей (1/2 мм)				Контроль
					Основная шкала		Дополнительная шкала		
		3/и	П/д	5	Р	Б	Р	Б	
1 пов. — 2	 Марка 6187 $t = +17,3^{\circ}\text{C}$	1910(1) 2050(2) 140(21) -9,30(24)	2840(5) 2980(6) 140(22) 0/0(23)	3 П 3—П и	19,8(3) 29,1(7) -9,3(13) -9,300(15)	58(4) 58(8) 0(14)	79,0(11) 88,4(9) - 9,4(16) -9,306(18)	102(12) 8(10) + 94(17)	59,244(25) 59,250(26) <u>+ 6(19)</u> <u>+ 6(20)</u>
2 2-1		2435(5) 3260(6) 825(21) + 0,50(24)	2380(1) 3215(2) 835(22) -10/- 10(23)	3 П 3—П и	28,5(7) 28,0(3) +0,5(13) +0,445(15)	40(8) 95(4) -55(14)	87,7(9) 87,3(11) +0,4(16) +0,441(18)	88(10) 47(12) +41(17)	59,248(26) 59,252(25) <u>+4(19)</u> <u>+10(20)</u>
3 1-2	$t = +17,8^{\circ}\text{C}$	2050 2670 620 -28,30	4880 5500 620 0/-10	3 П 3—П и	23,6 51,9 -28,3 -28,301	27 8 -1	82,8 111,1 -28,3 -28,291	86 77 +9	59,259 59,249 <u>-10</u> <u>0</u>
4 2-1		750 1370 620 -35,60	4310 4930 620 0/-10	3 П 3—П и	10,6 46,2 -35,6 -35,542	66 8 +58	69,9 105,4 -35,5 -35,541	16 57 -41	59,250 59,249 <u>-1</u> <u>-1</u>
5 1-2	$t = +18,0^{\circ}\text{C}$	2560 3380 820 + 0,52	2505 3330 825 -5/-15	3 П 3—П и	29,7 29,2 + 0,5 + 0,484	24 40 -16	89,9 88,4 + 0,5 -0,482	75 93 -18	59,251 59,253 <u>+ 2</u> <u>+ 1</u>
6 2-1		2602 3432 830 + 6,57	1945 2775 830 0/-15	3 П 3—П и	30,2 23,6 + 6,6 + 6,527	20 93 -73	89,4 82,9 + 6,5 + 6,529	71 42 + 29	59,251 59,249 <u>-2</u> <u>-1</u>
7 1-2	$t = +18,0^{\circ}\text{C}$	4480 5060 580 + 26,50	1830 2410 580 0/-15	3 П 3—П и	47,7 21,2 + 26,5 + 26,491	26 35 -9	106,9 80,5 + 26,4 + 26,481	85 0 + 85	59,259 59,265 <u>+ 6</u> <u>+ 5</u>
8 2-1		2020 2270 250 -36,65	5686 5934 248 + 2/-13	3 П 3—П и	21,4 58,1 -36,7 -36,692	33 25 + 8	80,6 117,3 -36,7 -36,695	83 78 + 5	59,250 59,253 <u>+ 3</u> <u>+ 8</u>
9 1-2	$t = +18,5^{\circ}\text{C}$	2100 2260 160 -33,00	5410 5550 140 + 20/+ 7	3 П 3—П и	21,8 54,8 -33,0 -33,026	34 60 -26	81,0 114,1 -33,1 -13,033	80 13 + 67	59,246 59,253 <u>+ 7</u> <u>+ 15</u>

Продолжение табл.39

Номера штативов и реек	Зарисовка привязок	Отсчеты по дальномерным нитям (1/2 мм)			Отсчеты по биссектору нитей (1/2 дм)				Контроль
		З/и	П/и		Основная шкала		Дополнительная шкала		
					Р	Б	Р	Б	
10	Σ(1-10)	1580	5455	3	16,5	57	75,8	8	59,251
2-1		1720	5585	П	55,1	85	114,4	39	59,254
		140	130	3—П	-38,6	-28	-38,6	-31	+3
		-38,70	+10/+17	и	-38,628		-38,631		+18
		4985(27)	4968(28)		249,8(29)	385(31)	842,0(38)	694(35)	+18(20)
			+17		397,2(30)	527(32)	989,8(34)	454(36)	
					-147,4(39)	-142(40)	-147,8(41)	+240(42)	
					-147,542(37)		-147,560(38)		
11	Грунт, реп. 2003 $t = +19,5^{\circ}\text{C}$	1320	5560	3	14,0	43	73,2	91	59,248
1-2		1480	5720	П	56,4	13	115,6	62	59,249
		160	160	3—П	-42,4	+30	-42,4	+29	
		-42,40	0/+17	и	-42,370		-42,371		+1/+19
		Подсчет по секции от марки 6187 до грунта, реп. 2003							
		5145(27)	5128(28)	(Σ28)	263,8(29)	428(31)	915,2(33)	785(35)	
			+17		453,6(30)	540(32)	1105,4(34)	516(36)	+19(20)
					-189,8(39)	-112(40)	-190,2(41)	+269(42)	
					-189,912(37)		-189,931(38)		
		$h=0,5\text{ км}(38)$	$n=11\text{ шт.}(39)$				Ср. -189,922 (1/2 дм)		(36)

Измеренное превышение:  $h = -9496,1\text{ мм}$   
 Поправки за среднюю длину метра реек:  $\delta h = -0,1\text{ мм}$   
 Поправка за различие температур инварных реек при эталонировании на компараторе и нивелировании в поле:  $\delta h_i = -0,2\text{ мм}$   
 Исправленное превышение:  $h = -9496,3\text{ мм}$

### Вычисления на станции

$$(13) = (3) - (7); (14) = (4) - (8)$$

(15) = (13) + (14) – это превышение, полученное по основным шкалам реек, оно имеет знак. При его вычислении следует учитывать, что (13) выражено в 1/2дм (так оцифрована инварная рейка), а (14) – в делениях шкалы микрометра. Чтобы сложить, их надо выразить в одинаковой размерности.

Например:

$$(13) = +0,5,$$

$$(14) = -55,$$

$$(15) = +0,5 - 0,055 = +0,4451\text{ 1/2дм},$$

$$(16) = (11) - (9),$$

$$(17) = (12) - (10),$$

(18) = (16) + (17) – это превышение, полученное по дополнительным шкалам реек, имеет знак. При его вычислении учесть пояснения к вычислению (15),

(19) = (15) - (18) – это величина является контролем измерений: расхождение превышений, полученным по основным и дополнительным

шкалам, может быть не более 14 делений шкалы микрометра (0,7мм–0,05мм. 19)

(20)= накопление (19),

(21)=(2)–(1) – расстояние до задней рейки,

(22)=(6)–(5) – расстояние до передней рейки,

(23)=(21)–(22)– неравенство расстояний до реек и его накопление,

(24) =  $\frac{[(1)-(5)]+[(2)-(6)]}{2}$  - контрольное превышение, полученное по

дальномерным нитям,

(25) = [(11)+(12)]–[(3)+(4)] – сдвиг шкалы задней рейки, при вычислении учесть, что (11) и (3) даны в 1/2дм, а (12) и (4) – в делениях шкалы,

(26)=[(09)+(10)]–[(7)+(8)] – сдвиг шкал передней рейки.

Контроль вычислений: второй раз получаем (19)=(26)–(25).

Контрольные вычисления по каждому десятку штативов:

(27)=∑(21) – (сумма (21) на всех станциях) – расстояние до задних реек,

(28)=∑(22) – расстояние до передних реек,

(29)=∑(3),

(30)=∑(7),

(31)=∑(4),

(32)=∑(8),

(33)=∑(11),

(34)=∑(9),

(35)=∑(12),

(36)=∑(10),

(37)=∑(15) – сумма превышений, полученная по основным шкалам реек,

(38)=∑(18) – сумма превышений, полученная по дополнительным шкалам реек,

(39)=(29)–(30),

(40)=(31)–(32),

(41)=(33)–(34),

(42)=(35)–(36).

Контроль вычислений: (37)=(39)+(40)                      (38)=(41)+(42)

Аналогичным образом делаются контрольные вычисления по секции и по ходу.



## Варианты для самостоятельного решения

Вариант 1								
Номера штативов и реек	зарисовка привязок	Отсчеты по дальномерным нитям(1/2мм)			Отсчеты по биссектору нитей (1/2дм)			
					Основная шкала		Дополнительная шкала	
		3/и	П/d		Р	Б	Р	Б
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1/подв.-2	t=+17,3	1916	2846	3	20	60	79,2	104
		2056	2986	П	29,3	58,2	88,6	10
2/2-1		2432	2377	3	28,2	37	87,4	85
		3257	3212	П	27,7	94,7	87	44
3/1-2	t=+18,0	2055	4885	3	24,1	32	83,3	91
		2675	5505	П	52,4	28,5	111,6	82
4/2-1		742	4302	3	9,8	58	69,1	8
		1362	4922	П	45,4	0	104,6	49
5/1-2	t=+18,0	2561	2506	3	29,8	25	89	76
		3379	3329	П	29,1	39	88,3	92
Вариант 2								
Номера штативов и реек 1	зарисовка привязок	Отсчеты по дальномерным нитям(1/2мм)			Отсчеты по биссектору нитей (1/2дм)			
					Основная шкала		Дополнительная шкала	
		3/и	П/d		Р	Б	Р	Б
	2	3	4	5	6	7	8	9
1/2-1		2600	1943	3	30	18	89,2	69
		3432	2773	П	23,4	91	82,7	40
2/1-2	t=+18,0	4470	1820	3	46,7	16	105,9	89
		5050	2400	П	20,2	25	79,5	0
3/2-1		2018	5684	3	21,2	31	80,4	81
		2268	5932	П	57,9	23	117,1	76
4/1-2	t=+18,5	2110	5420	3	22	36	82	90
		2270	5560	П	55	70	115,1	23
5/2-1		1581	5456	3	16,6	58	75,9	9
		1715	5586	П	55,2	86	114,5	40
Вариант 3								
Номера штативов и реек 1	зарисовка привязок	Отсчеты по дальномерным нитям(1/2мм)			Отсчеты по биссектору нитей (1/2дм)			
					Основная шкала		Дополнительная шкала	
		3/и	П/d		Р	Б	Р	Б
	2	3	4	5	6	7	8	9
1/подв.-2	t=+17,3	1906	2836	3	19	50	78,2	94
		2046	2976	П	28,3	57,2	87,6	0
2/2-1		2437	2382	3	28,7	42	87,9	90
		3262	3217	П	28,2	95,2	87,5	49

Продолжение табл. 40

3/1-2	t=+18,0	2042 2662	4872 5492	<b>3</b> <b>П</b>	22,8 51,1	19 27,2	82 110,3	78 80,7
4/2-1		757 1377	4317 4937	<b>3</b> <b>П</b>	10,8 46,4	59 1	70,1 105,6	18 50
5/1-2	t=+18,0	2552 3370	2497 3320	<b>3</b> <b>П</b>	29,1 28,4	16 38,3	88,3 87,6	69 91,3
Вариант 4								
Номера штативов и реек	зарисовка привязок	Отсчеты по дальномерным нитям(1/2мм)			Отсчеты по биссектору нитей (1/2дм)			
					Основная шкала		Дополнительная шкала	
		3/у	П/d		Р	Б	Р	Б
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1/2-1		2620 3452	1963 2793	<b>3</b> <b>П</b>	32 25,4	38 93	91,2 84,7	89 42
2/1-2	t=+18,0	4471 5060	1821 2401	<b>3</b> <b>П</b>	46,8 20,3	17 25,1	106 79,6	90 0,1
3/2-1		2021 2271	5687 5935	<b>3</b> <b>П</b>	21,5 58,2	34 23,3	80,7 117,4	84 76,3
4/1-2	t=+18,5	2090 2240	5390 5530	<b>3</b> <b>П</b>	19 52	6 67	79 112,1	60 20
5/2-1		1641 1765	5506 5636	<b>3</b> <b>П</b>	21,6 60,2	108 91	80,9 119,5	59 45
Вариант 5								
Номера штативов и реек	зарисовка привязок	Отсчеты по дальномерным нитям(1/2мм)			Отсчеты по биссектору нитей (1/2дм)			
					Основная шкала		Дополнительная шкала	
		3/у	П/d		Р	Б	Р	Б
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1/подв.-2	t=+17,3	1936 2076	2866 3006	<b>3</b> <b>П</b>	22 31,3	80 60,2	81,2 90,6	124 12
2/2-1		2420 3245	2365 3200	<b>3</b> <b>П</b>	27 26,5	25 93,5	86,2 85,8	73 42,8
3/1-2	t=+18,0	2068 2688	4898 5518	<b>3</b> <b>П</b>	25,4 53,7	45 29,8	84,6 112,9	104 83,3
4/2-1		787 1407	4347 4967	<b>3</b> <b>П</b>	14,3 49,9	62,5 4,5	73,6 109,1	12,5 53,5
5/1-2	t=+18,0	2545 3363	2490 3313	<b>3</b> <b>П</b>	28,2 27,5	9 37,4	87,4 86,7	60 90,4

Продолжение табл. 40

Вариант 6								
Номера штативов и реек 1	зарисовка привязок	Отсчеты по дальномерным нитям(1/2мм)			Отсчеты по биссектору нитей (1/2дм)			
					Основная шкала		Дополнительная шкала	
		3/и	П/d		Р	Б	Р	Б
2	3	4	5	6	7	8	9	
1/2-1		2580	1923	3	28	-2	87,2	49
		3412	2753	П	21,4	89	80,7	38
2/1-2	t=+18,0	4560	1910	3	55,7	106	114,9	179
		5140	2490	П	29,2	34	88,5	9
3/2-1		2059	5723	3	25,1	70	84,3	120
		2307	5971	П	61,8	26,9	121	79,9
4/1-2	t=+18,5	2085	5395	3	19,5	11	79,5	65
		2245	5535	П	52,5	67,5	112,6	20,5
5/2-1		1582	5457	3	17,1	59	76,4	16,4
		1716	5587	П	55,7	86,5	115	40,5
Вариант 7								
Номера штативов и реек 1	зарисовка привязок	Отсчеты по дальномерным нитям(1/2мм)			Отсчеты по биссектору нитей (1/2дм)			
					Основная шкала		Дополнительная шкала	
		3/и	П/d		Р	Б	Р	Б
2	3	4	5	6	7	8	9	
1/подв.-2	t=+17,3	1895	2825	3	22	40	81,3	83
		2037	2965	П	31,3	60,3	90,7	12,1
2/2-1		2443	2388	3	29,3	48	88,5	96
		3272	3223	П	28,8	95,8	88,1	45
3/1-2	t=+18,0	2033	4863	3	21,9	10	81,1	69
		2648	5483	П	50,2	26,3	109,4	79,8
4/2-1		772	4333	3	12,9	89	72,2	39
		1391	4953	П	48,5	3,2	107,7	52,1
5/1-2	t=+18,0	2551	2487	3	28,1	6	87,3	69
		3370	3310	П	27,4	37,3	86,6	90,5
Вариант 8								
Номера штативов и реек 1	зарисовка привязок	Отсчеты по дальномерным нитям(1/2мм)			Отсчеты по биссектору нитей (1/2дм)			
					Основная шкала		Дополнительная шкала	
		3/и	П/d		Р	Б	Р	Б
2	3	4	5	6	7	8	9	
1/2-1		2640	1983	3	34,1	58	93,3	109
		3474	2813	П	27,5	95	86,8	44,1
2/1-2	t=+18,0	4471	1879	3	50	49	109,2	120
		5060	2447	П	23,5	28,3	82,8	3,3



Продолжение табл. 40

3/2-1		2000 2250	5666 5913	<b>3</b> <b>П</b>	23 59,6	13 24,7	82,2 118,8	64 77,8
4/1-2	t=+18,5	2145 2293	5410 5570	<b>3</b> <b>П</b>	24,2 57	58 72,3	84,2 117,1	112 25,2
5/2-1		1651 1770	5511 5641	<b>3</b> <b>П</b>	22,1 60,8	113 91,6	81,4 120,1	64 45,5
Вариант 9								
Номера штативов и реек  1	зарисовка привязок  2	Отсчеты по дальномерным нитям(1/2мм)			Отсчеты по биссектору нитей (1/2дм)			
					Основная шкала		Дополнительная шкала	
		3/и	П/d		Р	Б	Р	Б
		3	4	5	6	7	8	9
1/подв.-2	t=+17,3	1963 2103	2893 3033	<b>3</b> <b>П</b>	13,1 22,4	107 52,3	74,3 83,7	150 5,1
2/2-1		2482 3309	2427 3263	<b>3</b> <b>П</b>	33,3 32,8	87 99,8	92,5 92,1	135 49,1
3/1-2	t=+18,0	2023 2644	4853 5472	<b>3</b> <b>П</b>	20,9 49,2	0 25,5	80,1 108,4	59 78,8
4/2-1		776 1401	4337 4961	<b>3</b> <b>П</b>	12,1 47,7	92 2,3	71,4 106,9	33 51,3
5/1-2	t=+18,0	2551 3370	2487 3310	<b>3</b> <b>П</b>	28,1 27,4	6 37,3	87,3 86,6	69 90,5
Вариант 10								
Номера штативов и реек  1	зарисовка привязок  2	Отсчеты по дальномерным нитям(1/2мм)			Отсчеты по биссектору нитей (1/2дм)			
					Основная шкала		Дополнительная шкала	
		3/и	П/d		Р	Б	Р	Б
		3	4	5	6	7	8	9
1/2-1		2656 3487	2006 2836	<b>3</b> <b>П</b>	36,3 28,5	81 96,1	95,5 87,8	132 45,3
2/1-2	t=+18,0	4465 5045	1815 2395	<b>3</b> <b>П</b>	48 21,5	18 26,3	107,2 80,8	102 1,3
3/2-1		1982 2232	5644 5892	<b>3</b> <b>П</b>	22,6 59,3	45 24,4	81,8 118,5	95 77,4
4/1-2	t=+18,5	2057 2217	5368 5507	<b>3</b> <b>П</b>	18,1 51,1	5 66,1	78,1 111,2	51 19,1
5/2-1		1570 1696	5467 5597	<b>3</b> <b>П</b>	15,5 54,1	47 84,9	74,8 113,4	0 38,9



Продолжение табл.40

Вариант 11								
Номера штативов и реек  1	зарисовка привязок  2	Отсчеты по дальномерным нитям(1/2мм)			Отсчеты по биссектору нитей (1/2дм)			
		3/и	П/d		Основная шкала		Дополнительная шкала	
					Р	Б	Р	Б
3	4	5	6	7	8	9		
1/подв.-2	t=+17,3	2017	2947	3	27,1	161	88,3	204
		2166	3087	П	39,4	69,3	100,7	19,1
2/2-1		2330	2275	3	40,4	138	99,6	187
		3153	3110	П	39,9	106,9	99,2	56,2
3/1-2	t=+18,0	1952	4782	3	37,2	135	96,4	194
		2570	5402	П	65,5	41,6	124,7	95,1
4/2-1		846	4406	3	23	162	82,3	112
		1471	5026	П	58,6	13,2	117,8	62,2
5/1-2	t=+18,0	2666	2611	3	18,1	130	77,3	181
		3485	3434	П	17,4	27,3	76,6	80,3
Вариант 12								
Номера штативов и реек  1	зарисовка привязок  2	Отсчеты по дальномерным нитям(1/2мм)			Отсчеты по биссектору нитей (1/2дм)			
		3/и	П/d		Основная шкала		Дополнительная шкала	
					Р	Б	Р	Б
3	4	5	6	7	8	9		
1/2-1		2709	2052	3	42,5	127	101,7	178
		3535	2882	П	35,9	103,5	95,2	52,5
2/1-2	t=+18,0	4455	1805	3	58,6	1	117,8	74
		5036	2386	П	32,1	36,9	91,4	11,9
3/2-1		1987	5569	3	33,5	0	92,7	50
		2233	5817	П	70,2	35,3	129,4	88,3
4/1-2	t=+18,5	2206	5516	3	31,9	132	91,9	186
		2367	5656	П	64,9	79,9	125	32,9
5/2-1		1639	5514	3	20,8	116	80,1	67
		1765	5644	П	59,4	90,2	118,7	44,2
Вариант 13								
Номера штативов и реек  1	зарисовка привязок  2	Отсчеты по дальномерным нитям(1/2мм)			Отсчеты по биссектору нитей (1/2дм)			
		3/и	П/d		Основная шкала		Дополнительная шкала	
					Р	Б	Р	Б
3	4	5	6	7	8	9		
1/подв.-2	t=+17,3	1929	2859	3	32,1	73	93,3	116
		2071	2999	П	45,4	75,3	106,7	24,1
2/2-1		2333	2278	3	43,3	138	102,5	185

		3157	3110	П	42,8	109,8	102,1	59,1
--	--	------	------	---	------	-------	-------	------

Продолжение табл.40

3/1-2	t=+18,0	1960	4790	<b>3</b>	39,2	127	98,4	190
		2578	5410	<b>П</b>	67,5	43,6	126,7	97,1
4/2-1		642	4202	<b>3</b>	24,9	162	84,2	108
		1267	4822	<b>П</b>	60,5	15,1	119,7	64,1
5/1-2	t=+18,0	2479	2424	<b>3</b>	44,9	125	104,1	175
		3293	3247	<b>П</b>	44,2	54,1	103,4	107,1

Вариант 14

Номера штативов и реек <b>1</b>	зарисовка привязок <b>2</b>	Отсчеты по дальномерным нитям(1/2мм)			Отсчеты по биссектору нитей (1/2дм)			
		3/u	П/d	5	Основная шкала		Дополнительная шкала	
					Р	Б	Р	Б
		3	4	5	6	7	8	9
1/2-1		2674	2017	<b>3</b>	45,1	92	104,3	143
		3511	2847	<b>П</b>	38,5	106,1	97,8	55,1
2/1-2	t=+18,0	4506	1856	<b>3</b>	61,8	52	121	125
		5088	2436	<b>П</b>	35,3	40,1	94,6	15,1
3/2-1		1962	5628	<b>3</b>	36,3	0	95,5	53
		2203	5876	<b>П</b>	73	38,1	132,2	91,1
4/1-2	t=+18,5	2043	5487	<b>3</b>	37,1	132	97,1	190
		2199	5627	<b>П</b>	70,1	85,1	130,2	38,1
5/2-1		1674	5549	<b>3</b>	31,7	151	91	102
		1811	5679	<b>П</b>	70,3	101,1	129,6	55,1

Вариант 15

Номера штативов и реек 1	зарисовка привязок <b>2</b>	Отсчеты по дальномерным нитям(1/2мм)			Отсчеты по биссектору нитей (1/2дм)			
		3/u	П/d	5	Основная шкала		Дополнительная шкала	
					Р	Б	Р	Б
		3	4	5	6	7	8	9
1/подв.-2	t=+17,3	2039	2969	<b>3</b>	36,5	183	97,7	226
		2182	3109	<b>П</b>	45,8	75,7	107,1	28,5
2/2-1		2564	2509	<b>3</b>	47,7	169	106,9	217
		3391	3344	<b>П</b>	47,2	114,2	106,5	63,5
3/1-2	t=+18,0	2180	5010	<b>3</b>	43,6	157	102,8	216
		2807	5630	<b>П</b>	71,9	48	131,1	101,5
4/2-1		877	4437	<b>3</b>	29,3	193	88,6	143
		1504	5057	<b>П</b>	64,9	19,5	124,1	68,5
5/1-2	t=+18,0	2582	2527	<b>3</b>	49,3	46	108,5	97
		3394	3350	<b>П</b>	48,6	58,5	107,8	111,5

Продолжение табл.40

Вариант 16								
Номера штативов и реек	зарисовка привязок	Отсчеты по дальномерным нитям(1/2мм)			Отсчеты по биссектору нитей (1/2дм)			
					Основная шкала		Дополнительная шкала	
		3/у	П/d		Р	Б	Р	Б
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1/2-1		2654	1997	<b>3</b>	49,5	72	108,7	123
		3482	2827	<b>П</b>	42,9	110,5	102,2	59,5
2/1-2	t=+18,0	4501	1851	<b>3</b>	66,2	47	125,4	125
		5080	2431	<b>П</b>	39,7	44,5	99	19,5
3/2-1		2079	5745	<b>3</b>	40,7	92	99,9	142
		2322	5993	<b>П</b>	77,4	42,5	136,6	95,5
4/1-2	t=+18,5	2116	5426	<b>3</b>	41,5	42	101,5	96
		2271	5566	<b>П</b>	74,5	89,5	134,6	42,5
5/2-1		1584	5459	<b>3</b>	36,1	61	95,4	12
		1716	5589	<b>П</b>	74,7	105,5	134	59,5
Вариант 17								
Номера штативов и реек	зарисовка привязок	Отсчеты по дальномерным нитям(1/2мм)			Отсчеты по биссектору нитей (1/2дм)			
					Основная шкала		Дополнительная шкала	
		3/у	П/d		Р	Б	Р	Б
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1/подв.-2	t=+17,3	1993	2923	<b>3</b>	33,3	137	94,5	180
		2132	3063	<b>П</b>	50,6	80,5	111,9	25,3
2/2-1		2483	2436	<b>3</b>	44,5	88	103,7	136
		3307	3263	<b>П</b>	45	112	104,3	60,3
3/1-2	t=+18,0	2076	4906	<b>3</b>	40,4	53	99,6	112
		2695	5527	<b>П</b>	66,7	42,8	125,9	98,3
4/2-1		759	4319	<b>3</b>	26,1	75	85,4	25
		1379	4939	<b>П</b>	61,7	16,3	120,9	65,3
5/1-2	t=+18,0	2595	2540	<b>3</b>	46,1	59	105,3	110
		3418	3363	<b>П</b>	44,4	55,3	103,6	107,3
Вариант 18								
Номера штативов и реек	зарисовка привязок	Отсчеты по дальномерным нитям(1/2мм)			Отсчеты по биссектору нитей (1/2дм)			
					Основная шкала		Дополнительная шкала	
		3/у	П/d		Р	Б	Р	Б
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1/2-1		2669	2012	<b>3</b>	46,3	87	105,5	138
		3507	2842	<b>П</b>	39,7	107,3	99	56,3
2/1-2	t=+18,0	4512	1862	<b>3</b>	63	58	122,2	131
		5082	2442	<b>П</b>	35,5	40,3	94,8	16,3



Продолжение табл.40

3/2-1		2051	5717	<b>3</b>	37,5	64	96,7	114
		2292	5965	<b>П</b>	73,2	38,3	132,4	92,3
4/1-2	t=+18,5	2139	5449	<b>3</b>	38,3	65	98,3	119
		2287	5589	<b>П</b>	71,3	86,3	131,4	39,3
5/2-1		1593	5468	<b>3</b>	32,9	70	92,2	21
		1732	5598	<b>П</b>	75,5	106,3	134,8	56,3

Вариант 19

Номера штативов и реек <b>1</b>	зарисовка привязок <b>2</b>	Отсчеты по дальномерным нитям(1/2мм)			Отсчеты по биссектору нитей (1/2дм)			
					Основная шкала		Дополнительная шкала	
		<b>3/u</b>	<b>П/d</b>		<b>Р</b>	<b>Б</b>	<b>Р</b>	<b>Б</b>
		<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>
1/подв.-2	t=+17,3	1979	2909	<b>3</b>	18,9	123	80,1	166
		2120	3049	<b>П</b>	37,2	67,1	98,5	10,9
2/2-1		2440	2385	<b>3</b>	30,1	45	89,3	93
		3262	3220	<b>П</b>	29,6	96,6	88,9	45,9
3/1-2	t=+18,0	2056	4886	<b>3</b>	26	33	85,2	92
		2682	5506	<b>П</b>	53,3	29,4	112,5	83,9
4/2-1		815	4375	<b>3</b>	11,7	131	71	81
		1444	4995	<b>П</b>	47,3	1,9	106,5	50,9
5/1-2	t=+18,0	2565	2510	<b>3</b>	31,7	29	90,9	80
		3388	3333	<b>П</b>	31	40,9	90,2	93,9

Вариант 20

Номера штативов и реек <b>1</b>	зарисовка привязок <b>2</b>	Отсчеты по дальномерным нитям(1/2мм)			Отсчеты по биссектору нитей (1/2дм)			
					Основная шкала		Дополнительная шкала	
		<b>3/u</b>	<b>П/d</b>		<b>Р</b>	<b>Б</b>	<b>Р</b>	<b>Б</b>
		<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>
1/2-1		2627	1970	<b>3</b>	31,9	45	91,1	96
		3459	2800	<b>П</b>	25,3	92,9	84,6	41,9
2/1-2	t=+18,0	4506	1856	<b>3</b>	48,6	52	107,8	125
		5075	2436	<b>П</b>	24,1	28,9	83,4	1,9
3/2-1		2059	5725	<b>3</b>	23,1	72	82,3	122
		2298	5973	<b>П</b>	58,8	23,9	118	77,9
4/1-2	t=+18,5	2153	5463	<b>3</b>	23,9	79	83,9	133
		2300	5603	<b>П</b>	56,9	71,9	117	24,9
5/2-1		1583	5458	<b>3</b>	18,5	60	77,8	11
		1722	5588	<b>П</b>	57,1	87,9	116,4	41,9

Продолжение табл.40

Вариант 21								
Номера штативов и реек	зарисовка привязок	Отсчеты по дальномерным нитям(1/2мм)			Отсчеты по биссектору нитей (1/2дм)			
					Основная шкала		Дополнительная шкала	
		3/у	П/d		Р	Б	Р	Б
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1/подв.-2	t=+17,3	1973	2903	3	29,8	117	91	160
		2117	3043	П	45,1	75	106,4	21,8
2/2-1		2489	2434	3	41	94	100,2	142
		3314	3269	П	39,5	106,5	98,8	56,8
3/1-2	t=+18,0	2112	4942	3	36,9	89	96,1	148
		2738	5562	П	63,2	39,3	122,4	94,8
4/2-1		799	4359	3	22,6	115	81,9	65
		1425	4979	П	61,2	15,8	120,4	61,8
5/1-2	t=+18,0	2618	2563	3	42,6	82	101,8	133
		3442	3386	П	40,9	51,8	100,1	103,8
Вариант 22								
Номера штативов и реек	зарисовка привязок	Отсчеты по дальномерным нитям(1/2мм)			Отсчеты по биссектору нитей (1/2дм)			
					Основная шкала		Дополнительная шкала	
		3/у	П/d		Р	Б	Р	Б
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1/2-1		2657	2000	3	42,8	75	102	126
		3486	2830	П	37,2	104,8	96,5	52,8
2/1-2	t=+18,0	4537	1877	3	59,5	73	118,7	146
		5107	2457	П	31	35,8	90,3	12,8
3/2-1		2087	5741	3	34	88	93,2	138
		2325	5989	П	73,7	38,8	132,9	88,8
4/1-2	t=+18,5	2180	5477	3	34,8	93	94,8	147
		2327	5617	П	67,8	82,8	127,9	35,8
5/2-1		1631	5513	3	29,4	115	88,7	66
		1772	5643	П	67,2	98	126,5	52,8
Вариант 23								
Номера штативов и реек	зарисовка привязок	Отсчеты по дальномерным нитям(1/2мм)			Отсчеты по биссектору нитей (1/2дм)			
					Основная шкала		Дополнительная шкала	
		3/у	П/d		Р	Б	Р	Б
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1/подв.-2	t=+17,3	1976	2910	3	22,2	124	83,4	167
		2120	3050	П	39,5	69,4	100,8	14,2
2/2-1		2493	2441	3	33,4	101	92,6	149
		3321	3276	П	32,9	99,9	92,2	49,2



Продолжение табл.40

3/1-2	t=+18,0	2117 2739	4949 5569	<b>3</b> <b>П</b>	29,3 57,6	96 33,7	88,5 116,8	155 87,2
4/2-1		809 1426	4366 4986	<b>3</b> <b>П</b>	15 50,6	122 5,2	74,3 109,8	72 54,2
5/1-2	t=+18,0	2622 3443	2570 3393	<b>3</b> <b>П</b>	35 34,3	89 44,2	94,2 93,5	140 97,2
Вариант 24								
Номера штативов и реек  <b>1</b>	зарисовка привязок  <b>2</b>	Отсчеты по дальномерным нитям(1/2мм)			Отсчеты по биссектору нитей (1/2дм)			
		<b>3/u</b>	<b>П/d</b>	<b>5</b>	Основная шкала		Дополнительная шкала	
					<b>Р</b>	<b>Б</b>	<b>Р</b>	<b>Б</b>
<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>		
1/2-1		2660 3496	2007 2837	<b>3</b> <b>П</b>	35,2 28,6	82 96,2	94,4 87,9	133 45,2
2/1-2	t=+18,0	4533 5114	1884 2464	<b>3</b> <b>П</b>	51,9 29,4	80 34,2	111,1 88,7	153 5,2
3/2-1		2082 2332	5748 5996	<b>3</b> <b>П</b>	26,4 63,1	95 28,2	85,6 122,3	145 81,2
4/1-2	t=+18,5	2204 2334	5484 5624	<b>3</b> <b>П</b>	27,2 60,2	100 75,2	87,2 120,3	154 28,2
5/2-1		1642 1779	5520 5650	<b>3</b> <b>П</b>	21,8 60,4	122 91,2	81,1 119,7	73 45,2
Вариант 25								
Номера штативов и реек 1	зарисовка привязок  <b>2</b>	Отсчеты по дальномерным нитям(1/2мм)			Отсчеты по биссектору нитей (1/2дм)			
		<b>3/u</b>	<b>П/d</b>	<b>5</b>	Основная шкала		Дополнительная шкала	
					<b>Р</b>	<b>Б</b>	<b>Р</b>	<b>Б</b>
<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>		
1/подв.-2	t=+17,3	1928 2071	2859 2999	<b>3</b> <b>П</b>	28,7 45,4	72 75,3	89,9 106,7	115 20,7
2/2-1		2443 3269	2389 3224	<b>3</b> <b>П</b>	39,9 39,4	49 106,4	99,1 98,7	97 55,7
3/1-2	t=+18,0	2070 2687	4897 5517	<b>3</b> <b>П</b>	35,8 58,1	44 34,2	95 117,3	103 93,7
4/2-1		752 1374	4314 4934	<b>3</b> <b>П</b>	21,5 57,1	70 11,7	80,8 116,3	20 60,7
5/1-2	t=+18,0	2566 3391	2518 3341	<b>3</b> <b>П</b>	41,5 40,8	37 50,7	100,7 100	88 103,7

Продолжение табл.40

Вариант 26								
Номера штативов и реек 1	зарисовка привязок	Отсчеты по дальномерным нитям(1/2мм)			Отсчеты по биссектору нитей (1/2дм)			
		З/у	П/д		Основная шкала		Дополнительная шкала	
					Р	Б	Р	Б
2	3	4	5	6	7	8	9	
1/2-1		2612	1955	<b>З</b>	41,7	30	100,9	81
		3444	2785	<b>П</b>	35,1	102,7	94,4	51,7
2/1-2	t=+18,0	4487	1832	<b>З</b>	58,4	28	117,6	101
		5062	2412	<b>П</b>	31,9	36,7	91,2	11,7
3/2-1		2038	5696	<b>З</b>	32,9	43	92,1	93
		2280	5944	<b>П</b>	69,6	34,7	128,8	87,7
4/1-2	t=+18,5	2135	5432	<b>З</b>	33,7	48	93,7	102
		2282	5572	<b>П</b>	66,7	81,7	126,8	34,7
5/2-1		1586	5468	<b>З</b>	28,3	70	87,6	21
		1727	5598	<b>П</b>	69,9	100,7	129,2	51,7

### Литература

1. *Поклад, Г. Г.* Учебное пособие для вузов: Геодезия / Г. Г. Поклад, С.П. Гриднев – М.: Академический проект, 2007г. Академический проект, Москва, 2007 г. – 590 с. – ISBN: 5-8291-0781-3;
2. *Поклад, Г. Г.* Практикум по геодезии / Г. Г. Поклад, С.П. Гриднев, А. Н. Сячинов и др. – М.: Академический проект; Трикта, 2011г. – 470 с. – ISBN: 5-8291-1378-3;
3. *Лесных, Н. Б.* Математическая обработка геодезических измерений. Метод наименьших квадратов: Практикум / Н. Б. Лесных – Новосибирск: СГГА, 2003г. – 45 с.;
4. *Федоров, С. Ф.* Уравнивание геодезических измерений параметрическим способом по курсу ТМОГИ для студентов III курса геодезического факультета / С. Ф. Федоров, О. В. Вшикова, С. В. Швец – М.: Изд. МИИГАиК. 2011г. – 52с.;
5. *Справочник по маркшейдерскому делу / Белоликов А.Н. [и др.]* – М. : Недра, 1973г. – 448 с., – ISBN : 5-247-01800-1;
6. *Нефедова, Г. А.* Теория математической обработки геодезических измерений в конспективном изложении [Текст]: учеб. пособие / Г.А. Нефедова, В.А. Ащеулов. – Новосибирск: СГГА, 2009г. – 140 с., – ISBN: 978-5-87693-347-8;
7. *Большаков, В. Д.* Теория математической обработки геодезических измерений / В. Д. Большаков, П. А. Гайдаев – М.: Недра, 1977г. – 367с. ;
8. *Маслов, А. В.* Геодезия / А. В. Маслов, А. В. Гордеев, Ю. Г. Батраков. — М.: КолосС, 2006г. – 599с. – ISBN: 5-9532-0318-7;
9. *Юнусов, А. Г.* Геодезия / А. Г. Юнусов, А. Б. Беликов, В. Н. Баранов, Ю. Ю. Каширкин. – М.: Академический проект, 2011г. – 412с. – ISBN: 978-5-9291-132-1;
10. *Козлова, И. В.* Практикум по картографии / И. В. Козлова. – Томск: Изд-во ТПУ, 2006г. – 36 с.;
11. *Яковлев, Н. В.* Высшая геодезия: учебник для вузов / Н. В. Яковлев. — М.: Недра, 1989г. – 445 с. – ISBN 5-247-00467-1;
12. *Бойко, Е. Г.* Высшая геодезия» Часть II. Сфероидическая геодезия. Учебник для вузов / Е. Г. Бойко – М.: Картгеоцентр - Геодезиздат, 2003г. – 144с. – ISBN: 5-86066-054-5;

13. *Огородова, Л. В.* Высшая геодезия. Часть III. Теоретическая геодезия. Учебник для вузов / Л. В. Огородова – М.: Геодэскартиздат, 2006г. – 384с. – ISBN: 5-86066-076-6;
14. *Яковлев, Н.В.* Практикум по высшей геодезии. Вычислительные работы. Учебное пособие для вузов / Н.В. Яковлев – М.: ООО ИД Альянс, 2007г. – 368с. – ISBN: 5-903034-15-2.

Учебное издание

**Методические указания**

к выполнению лабораторных работ по дисциплине  
«Высшая геодезия и основы координатно-временных систем»  
для студентов специальности 21.05.01 Прикладная геодезия

Составители: Былин Илья Порфирьевич,  
Сыромятникова Екатерина Васильевна

Подписано в печать                      Формат 60x84/16. Усл. печ. л. 5,4. Уч.-изд. л. 5,9.  
Тираж                      экз.      Заказ                      Цена  
Отпечатано в Белгородском государственном технологическом университете  
им. В.Г. Шухова  
308012, г. Белгород, Костюкова, 46